Matematica - Ingegneria Gestionale - Prova scritta dell' 8 gennaio 2008 - A -

Cognome ______________________ Nome ______________________ matr. ________________

Per gli esercizi 1,2,3,5,6,7 conta **solo la risposta** scritta sull'apposito spazio. Gli esercizi 4 e 8 vanno **svolti** sulle facciate libere di questo foglio - non si accettano altri fogli.
La scrittura PUNTI: $P1$/-$P2$/0 significa che la risposta giusta vale $P1$ punti, la risposta errata vale $-P2$ punti e che non viene dato punteggio in caso di risposta assente.

1. Se $f : [-2, 2] \to \mathbf{R}$ è definita da $f(x) := 2x^4 - 4x^2 + 1$, allora (PUNTI: 1/-1/0 a risposta)

f ha un unico punto di massimo	sí	no
f ha un unico minimo	sí	no
1 è massimo per f	sí	no
2 è un massimo relativo per f	sí	no
2 è stazionario per f	sí	no
0 è un punto di massimo relativo per f	sí	no

2. Si trovi il valore dei seguenti limiti (PUNTI: 2/-0/0 ciascuno)

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^5+1} - \sqrt[n]{n^5+n^4+1} = \_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3^n+n^3} = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{(n-2)!} = \_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\ln(n)} = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

3. Data f definita da $f(x) := e^{x-1} + 4x$ si ha (PUNTI: 2/-0,5/0 per risposta)

$(f^{-1})'(5) =$

1	5	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{e+4}$	N.D.P.

4. Si calcoli il limite seguente - questo esercizio va svolto e vale 6 punti.

$$\lim_{x\to 0} \frac{4\ln(1+\sqrt{1-x}) - \ln(16) + x}{1-\cos(x)}$$

5. Si trovi il carattere delle seguenti serie ($\boxed{\text{AC}}$ converge assolutamente/ $\boxed{\text{C}}$ converge ma non assolutamente/ $\boxed{\text{NC}}$ non converge) (PUNTI: 2/-1/0 per ciascuna).

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n^4}$	AC	C	NC	$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^4}\right)$	AC	C	NC
$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sin(n^4)}$	AC	C	NC	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{n}$	AC	C	NC

6. Siano $f(x,y) := x^2 - y^2$ e $A := \{(x,y) \mid x^2 + 4y^2 \leq 1\}$. Allora (PUNTI: 4/-1/0).

$\max_A f =$

0	1	-1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	N.D.P.

7. Si calcoli il seguente integrale (PUNTI: 4/-0/0)

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(4+x)}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

8. Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{1}{x+1} \qquad x > 0.$$

Si studino le soluzioni trovando in particolare (8 punti in tutto - da svolgere):

- l'espressione delle soluzione con condizione iniziale $y(1) = y_0$, dato y_0 in $\mathbf{R}$;
- i limiti a 0^+ e a $+\infty$ della soluzione (al variare di y_0);
- i grafici (per $x \geq 0$) relativi alle soluzioni *più significative*;
- per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 0$ ha una soluzione $x > 0$.

.

Matematica - Ingegneria Gestionale - Prova scritta dell' 8 gennaio 2008 - B -

Cognome ______________________ Nome ______________________ matr. ________________

Per gli esercizi 1,2,3,5,6,7 conta **solo la risposta** scritta sull'apposito spazio. Gli esercizi 4 e 8 vanno **svolti** sulle facciate libere di questo foglio - non si accettano altri fogli.
La scrittura PUNTI: $P1$/-$P2$/0 significa che la risposta giusta vale $P1$ punti, la risposta errata vale $-P2$ punti e che non viene dato punteggio in caso di risposta assente.

1. Se $f : [-2, 2] \to \mathbf{R}$ è definita da $f(x) := 2x^4 - 4x^2 + 1$, allora (PUNTI: 1/-1/0 a risposta)

2 è un massimo relativo per f	sí	no
2 è stazionario per f	sí	no
0 è un punto di massimo relativo per f	sí	no
f ha un unico punto di massimo	sí	no
f ha un unico massimo	sí	no
1 è massimo per f	sí	no

2. Si trovi il valore dei seguenti limiti (PUNTI: 2/-0/0 ciascuno)

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{(n-2)!} = \underline{\qquad\qquad} \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\ln(n)} = \underline{\qquad\qquad}$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^5+1} - \sqrt[n]{n^5+n^4+1} = \underline{\qquad\qquad} \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3^n+n^3} = \underline{\qquad\qquad}$$

3. Data f definita da $f(x) := e^{x-1} + 3x$ si ha (PUNTI: 2/-0,5/0 per risposta)

$$(f^{-1})'(4) = \boxed{1 \mid 4 \mid \tfrac{1}{4} \mid \tfrac{1}{3} \mid \tfrac{1}{e+3} \mid \text{N.D.P.}}$$

4. Si calcoli il limite seguente - questo esercizio va svolto e vale 6 punti.

$$\lim_{x\to 0} \frac{4\ln(1+\sqrt{1-x}) - \ln(16) + x}{1-\cos(x)}$$

5. Si trovi il carattere delle seguenti serie ($\boxed{\text{AC}}$) converge assolutamente/ $\boxed{\text{C}}$ converge ma non assolutamente/ $\boxed{\text{NC}}$ non converge) (PUNTI: 2/-1/0 per ciascuna).

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sin(n^4)}$	AC	C	NC	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{n}$	AC	C	NC
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n^4}$	AC	C	NC	$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^4}\right)$	AC	C	NC

6. Siano $f(x, y) := x^2 - y^2$ e $A := \{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 \leq 1\}$. Allora (PUNTI: 4/-1/0).

$$\min_A f = \boxed{0 \mid 1 \mid -1 \mid \tfrac{1}{4} \mid -\tfrac{1}{4} \mid \text{N.D.P.}}$$

7. Si calcoli il seguente integrale (PUNTI: 4/-0/0)

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(16+x)}\, dx = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

8. Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{1}{x+1} \qquad x > 0.$$

Si studino le soluzioni trovando in particolare (8 punti in tutto - da svolgere):

- l'espressione delle soluzione con condizione iniziale $y(1) = y_0$, dato y_0 in $\mathbf{R}$;
- i limiti a 0^+ e a $+\infty$ della soluzione (al variare di y_0);
- i grafici (per $x \geq 0$) relativi alle soluzioni *più significative*;
- per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 0$ ha una soluzione $x > 0$.

.

Matematica - Ingegneria Gestionale - Prova scritta dell' 8 gennaio 2008 - C -

Cognome ____________________ Nome ____________________ matr. _______________

Per gli esercizi 1,2,3,5,6,7 conta **solo la risposta** scritta sull'apposito spazio. Gli esercizi 4 e 8 vanno **svolti** sulle facciate libere di questo foglio - non si accettano altri fogli.
La scrittura PUNTI: $P1$/-$P2$/0 significa che la risposta giusta vale $P1$ punti, la risposta errata vale $-P2$ punti e che non viene dato punteggio in caso di risposta assente.

1. Se $f : [-2, 2] \to \mathbf{R}$ è definita da $f(x) := 2x^4 - 4x^2 + 1$, allora (PUNTI: 1/-1/0 a risposta)

1 è massimo per f	sí	no
2 è un massimo relativo per f	sí	no
f ha un unico minimo	sí	no
2 è stazionario per f	sí	no
0 è un punto di massimo relativo per f	sí	no
f ha un unico punto di massimo	sí	no

2. Si trovi il valore dei seguenti limiti (PUNTI: 2/-0/0 ciascuno)

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3^n + n^3} = \_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^5 + 1} - \sqrt[n]{n^5 + n^4 + 1} = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\ln(n)} = \_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{(n-2)!} = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

3. Data f definita da $f(x) := e^{x-1} + 2x$ si ha (PUNTI: 2/-0,5/0 per risposta)

$(f^{-1})'(3) =$

1	3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{e+2}$	N.D.P.

4. Si calcoli il limite seguente - questo esercizio va svolto e vale 6 punti.

$$\lim_{x\to 0} \frac{4\ln(1 + \sqrt{1-x}) - \ln(16) + x}{1 - \cos(x)}$$

5. Si trovi il carattere delle seguenti serie ($\boxed{\text{AC}}$) converge assolutamente/ $\boxed{\text{C}}$ converge ma non assolutamente/ $\boxed{\text{NC}}$ non converge) (PUNTI: 2/-1/0 per ciascuna).

$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^4}\right)$	AC	C	NC
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n^4}$	AC	C	NC
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{n}$	AC	C	NC
$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sin(n^4)}$	AC	C	NC

6. Siano $f(x, y) := y^2 - x^2$ e $A := \{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 \leq 1\}$. Allora (PUNTI: 4/-1/0).

$\max_A f =$

0	1	-1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	N.D.P.

7. Si calcoli il seguente integrale (PUNTI: 4/-0/0)

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(25 + x)}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

8. Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{1}{x+1} \qquad x > 0.$$

Si studino le soluzioni trovando in particolare (8 punti in tutto - da svolgere):

- l'espressione delle soluzione con condizione iniziale $y(1) = y_0$, dato y_0 in $\mathbf{R}$;
- i limiti a 0^+ e a $+\infty$ della soluzione (al variare di y_0);
- i grafici (per $x \geq 0$) relativi alle soluzioni *più significative*;
- per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 0$ ha una soluzione $x > 0$.

.

Matematica - Ingegneria Gestionale - Prova scritta dell' 8 gennaio 2008 - D -

Cognome ______________________ Nome ______________________ matr. ________________

Per gli esercizi 1,2,3,5,6,7 conta **solo la risposta** scritta sull'apposito spazio. Gli esercizi 4 e 8 vanno **svolti** sulle facciate libere di questo foglio - non si accettano altri fogli.
La scrittura PUNTI: $P1$/-$P2$/0 significa che la risposta giusta vale $P1$ punti, la risposta errata vale $-P2$ punti e che non viene dato punteggio in caso di risposta assente.

1. Se $f : [-2, 2] \to \mathbf{R}$ è definita da $f(x) := 2x^4 - 4x^2 + 1$, allora (PUNTI: 1/-1/0 a risposta)

f ha un unico massimo	sí	no
1 è massimo per f	sí	no
2 è un massimo relativo per f	sí	no
2 è stazionario per f	sí	no
0 è un punto di massimo relativo per f	sí	no
f ha un unico punto di massimo	sí	no

2. Si trovi il valore dei seguenti limiti (PUNTI: 2/-0/0 ciascuno)

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\ln(n)} =$ ______________ $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{(n-2)!} =$ ______________

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3^n + n^3} =$ ______________ $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^5+1} - \sqrt[n]{n^5+n^4+1} =$ ______________

3. Data f definita da $f(x) := e^{x-1} + 5x$ si ha (PUNTI: 2/-0,5/0 per risposta)

$(f^{-1})'(6) =$

1	6	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{e+5}$	N.D.P.

4. Si calcoli il limite seguente - questo esercizio va svolto e vale 6 punti.

$$\lim_{x\to 0} \frac{4\ln(1+\sqrt{1-x}) - \ln(16) + x}{1-\cos(x)}$$

5. Si trovi il carattere delle seguenti serie ($\boxed{\text{AC}}$) converge assolutamente/ $\boxed{\text{C}}$ converge ma non assolutamente/ $\boxed{\text{NC}}$ non converge) (PUNTI: 2/-1/0 per ciascuna).

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{n}$	AC	C	NC		$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sin(n^4)}$	AC	C	NC
$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^4}\right)$	AC	C	NC		$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n^4}$	AC	C	NC

6. Siano $f(x, y) := y^2 - x^2$ e $A := \{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 \le 1\}$. Allora (PUNTI: 4/-1/0).

$\min_A f =$

0	1	-1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	N.D.P.

7. Si calcoli il seguente integrale (PUNTI: 4/-0/0)

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(9+x)}\, dx = \rule{4cm}{0.4pt}$$

8. Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{1}{x+1} \qquad x > 0.$$

Si studino le soluzioni trovando in particolare (8 punti in tutto - da svolgere):

- l'espressione delle soluzione con condizione iniziale $y(1) = y_0$, dato y_0 in $\mathbf{R}$;
- i limiti a 0^+ e a $+\infty$ della soluzione (al variare di y_0);
- i grafici (per $x \geq 0$) relativi alle soluzioni *più significative*;
- per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 0$ ha una soluzione $x > 0$.

.