Analisi Matematica II - Ing. Aerospaziale - Compito del 8 luglio 2002

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) = e^{x^2+y^2} - 2ex - 3y^2$, si trovino tutti i suoi punti stazionari e si dica, per ognuno di questi, se si tratta di un punto di massimo o minimo relativo (6p.).

- Si trovi la soluzione del problema di Cauchy (4):

$$\begin{cases} y'''(t) + y''(t) - y'(t) - y(t) = t \\ y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = -2 \end{cases}$$

$y(t) =$ ______________________

- Si calcoli (4p.):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2}\, dx = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

- Si trovi il raggio R di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n}$ (1p.), $R =$ __________;

si trovi inoltre la somma della serie (3p.) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n n} =$ ______________

- Si consideri la successione di funzioni $(f_n)_n$ definita da $f_n(x) = \dfrac{1}{1+(n-x)^2}$ per n in $\mathbf{N}$ e $x \in \mathbf{R}$. Allora (3p.)
  - $f_n(x) \to f(x) =$ ______________
  - $f_n \to f$ uniformemente in $]-\infty, 0]$ $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$
  - $f_n \to f$ uniformemente in $[0, +\infty[$ $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si trovino i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier $f(t) = \sum_n (a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt))$ relativo alla funzione f definita in $[0, \pi]$ da $f(t) = 2t - \pi$, in $[\pi, 2\pi]$ da $f(t) = 3\pi - 2t$ ed estesa su tutto $\mathbf{R}$ in modo da risultare 2π-periodica (4p.):

$a_n =$ ______________________ , $b_n =$ ______________________

- Si calcoli la superficie laterale del toro T ottenuto facendo ruotare la circonferenza $\{(x-4)^2+z^2=1\}$ attorno all'asse z (10p.).

  SVOLGIMENTO