Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 9 settembre 2002 -A-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - x + 1$. Allora (2+2p.):

$$\min_{[-1,2]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \quad , \quad \max_{[-1,2]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{6x^2+2}}$ si indichino (2+2p.):

$\sup_{\mathbf{R}} f =$ ______________ è il massimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

$\inf_{\mathbf{R}} f =$ ______________ è il minimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{4+4x^2}}{x}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge la seguente serie (3p.):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4\alpha+2)^n}{n}$$

: α______________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \text{arctg}(2x) + 5x + 5$ si calcoli (3p.)

$(f^{-1})'(5) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{x^2 - 2x + 2}{x} \quad , \quad x > 0 \quad , \quad y(1) = y_o$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente monotona (2 p)
    y_0______________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 1$ ha soluzioni $x > 0$ (3 p.)
    y_0______________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{5x}\sqrt{1-10x}-1}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 9 settembre 2002 -B-

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - x + 1$. Allora (2+2p.):

  $\min_{[0,2]} f =$ ____________________ , $\max_{[0,2]} f =$ ____________________

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{5x^2+2}}$ si indichino (2+2p.):

  $\sup_{\mathbf{R}} f =$ ____________________ è il massimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

  $\inf_{\mathbf{R}} f =$ ____________________ è il minimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{9+9x^2}}{x}\, dx = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge la seguente serie (3p.):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(5\alpha+4)^n}{n}$$

  : α ____________________ .

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \operatorname{arctg}(2x) + 4x + 4$ si calcoli (3p.)

  $(f^{-1})'(4) =$ __________ .

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{x^2 - 2x + 2}{x} \quad , \quad x > 0 \quad , \quad y(1) = y_o$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________ ;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente monotona (2 p)
    y_0 ____________________ ;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 1$ ha soluzioni $x > 0$ (3 p.)
    y_0 ____________________ .

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{4x}\sqrt{1-8x}-1}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 9 settembre 2002 -C-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - x + 1$. Allora (2+2p.):

$$\min_{[-2,0]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \quad , \quad \max_{[-2,0]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{3x^2+4}}$ si indichino (2+2p.):

$\sup_{\mathbf{R}} f =$ ______________________ è il massimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

$\inf_{\mathbf{R}} f =$ ______________________ è il minimo $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{16+16x^2}}{x}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge la seguente serie (3p.):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3\alpha+4)^n}{n}$$

: α______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \operatorname{arctg}(2x) + 3x + 4$ si calcoli (3p.)

$(f^{-1})'(4) =$ ____________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{x^2 - 2x + 2}{x} \quad , \quad x > 0 \quad , \quad y(1) = y_o$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente monotona (2 p)
    y_0______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 1$ ha soluzioni $x > 0$ (3 p.)
    y_0______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x}\sqrt{1-6x}-1}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 9 settembre 2002 -D-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - x + 1$. Allora (2+2p.):

$$\min_{[-2,1]} f = \underline{\qquad\qquad\qquad} \quad , \quad \max_{[-2,1]} f = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{3x^2+2}}$ si indichino (2+2p.):

$$\sup_{\mathbf{R}} f = \underline{\qquad\qquad\qquad} \qquad \text{è il massimo} \quad \boxed{\text{sí}} \ \boxed{\text{no}}$$

$$\inf_{\mathbf{R}} f = \underline{\qquad\qquad\qquad} \qquad \text{è il minimo} \quad \boxed{\text{sí}} \ \boxed{\text{no}}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{25+25x^2}}{x}\, dx = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge la seguente serie (3p.):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2\alpha+5)^n}{n}$$

: α______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \operatorname{arctg}(2x) + 2x + 2$ si calcoli (3p.)

$(f^{-1})'(2) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} - \frac{x^2 - 2x + 2}{x} \quad , \quad x > 0 \quad , \quad y(1) = y_o$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente monotona (2 p)
    y_0______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 1$ ha soluzioni $x > 0$ (3 p.)
    y_0______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}\sqrt{1-4x}-1}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO