Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 28 gennaio 2003 -A-

Cognome ________________________ Nome ________________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 2x^3 + 3x^4$ si trovino (3p.)

$$\min_{[-1,1]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \quad \max_{[-1,1]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (3p.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n!} + 5}{5n+1} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (6p.)

$$\int_0^2 \frac{x^4}{\sqrt{4+x^2}}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ l' integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x}}{x^\alpha(1+x^4)}$$

converge (4p.): $\alpha$______________.

- Date le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 2x + \sin(x) + 4$, $g(x) = f^{-1}(x^2)$ si calcoli (3 p.) $g'(2) =$ ________.
- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} + \frac{x}{1+2x} \quad , \quad y(1) = y_0 \quad , \quad x > 0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si dica per quali valori di $y_0$ la $y$ è strettamente decrescente su $]0, +\infty$ (2 p) $y_0$______________;
  - si dica per quali valori di $y_0$ l'equazione $y(x) = -\dfrac{1}{6}$ non ha nessuna soluzione positiva (3 p.) $y_0$______________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+\sin(x)) - x}{\sin(e^x - 1) - x} \qquad (7 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 28 gennaio 2003 -B-

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 3x^3 + 3x^4$ si trovino (3p.)

$$\min_{[-1,1]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , \quad \max_{[-1,1]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (3p.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n!} + 4}{4n+1} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (6p.)

$$\int_0^3 \frac{x^4}{\sqrt{9+x^2}}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ l' integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x}}{x^\alpha(1+x^5)}$$

converge (4p.): $\alpha$____________________.

- Date le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 2x + \sin(x) + 9$, $g(x) = f^{-1}(x^2)$ si calcoli (3 p.) $g'(3) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} + \frac{x}{1+2x} \quad , \quad y(1) = y_0 \quad , \quad x > 0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di $y_0$ la $y$ è strettamente decrescente su $]0, +\infty$ (2 p) $y_0$____________________;
  - si dica per quali valori di $y_0$ l'equazione $y(x) = -\dfrac{1}{6}$ non ha nessuna soluzione positiva (3 p.) $y_0$____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + \sin(x)) - x}{\sin(e^x - 1) - x} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 28 gennaio 2003 -C-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = -2x^3 + 3x^4$ si trovino (3p.)

$$\min_{[-1,1]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , \quad \max_{[-1,1]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (3p.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n!} + 5}{3n+1} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (6p.)

$$\int_0^4 \frac{x^4}{\sqrt{16+x^2}}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ l' integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x}}{x^\alpha(1+x^6)}$$

converge (4p.): $\alpha$__________.

- Date le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 2x + \sin(x) + 16$, $g(x) = f^{-1}(x^2)$ si calcoli (3 p.) $g'(4) =$ ________.

- Data considerì l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} + \frac{x}{1+2x} \quad , \quad y(1) = y_0 \quad , \quad x > 0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ________________;
  - si dica per quali valori di $y_0$ la $y$ è strettamente decrescente su $]0, +\infty$ (2 p) $y_0$__________;
  - si dica per quali valori di $y_0$ l'equazione $y(x) = -\dfrac{1}{6}$ non ha nessuna soluzione positiva (3 p.) $y_0$__________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+\sin(x)) - x}{\sin(e^x - 1) - x} \qquad (7 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 28 gennaio 2003 -D-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = -3x^3 + 3x^4$ si trovino (3p.)

$$\min_{[-1,1]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , \quad \max_{[-1,1]} f = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (3p.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n!} + 2}{2n+1} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (6p.)

$$\int_0^5 \frac{x^4}{\sqrt{25+x^2}}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ l' integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x}}{x^\alpha(1+x^7)}$$

converge (4p.): $\alpha$______________.

- Date le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 2x + \sin(x) + 25$, $g(x) = f^{-1}(x^2)$ si calcoli (3 p.) $g'(5) =$ ________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y}{x} + \frac{x}{1+2x} \quad , \quad y(1) = y_0 \quad , \quad x > 0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si dica per quali valori di $y_0$ la $y$ è strettamente decrescente su $]0, +\infty$ (2 p) $y_0$______________;
  - si dica per quali valori di $y_0$ l'equazione $y(x) = -\dfrac{1}{6}$ non ha nessuna soluzione positiva (3 p.) $y_0$______________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+\sin(x)) - x}{\sin(e^x - 1) - x} \qquad (7 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO