

Ingegneria Aerospaziale. Corso di Analisi Matematica 1.
Esempio di secondo compito

1. Sia $f(x) := \frac{1}{x^2} \sqrt{\left| \frac{x+1}{x-1} \right|}$.

Allora (1/-1 punti a risposta) f è integrabile in senso improprio su:

- (a) $] -\infty, -1[$ sì no ;
 (b) $] -1, 0[$ sì no ;
 (c) $] 0, 1[$ sì no ;
 (d) $] 1, +\infty[$ sì no .

2. Il problema di Cauchy

$$y' = \frac{x}{y}, \quad y(0) = -1$$

ha come soluzione (2/-5 punti) :

(a) $y(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$, (b) $y(x) = \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1}}$, (c) $y(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$, (d) $y(x) = \frac{-1}{\sqrt{x^2 + 1}}$, (e) N.D.P.].

3. Si dica, in ognuno dei due casi seguenti, se la serie converge assolutamente (AC)
converge, ma non assolutamente (C) oppure non converge (NC) (3 punti ciascuno)

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n} \frac{1}{n+1}$ AC C NC (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}$ AC C NC

4. Calcolare il seguente integrale improprio (se esiste) (6 punti)

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx = \underline{\hspace{10cm}}$$

5. Si consideri l'equazione differenziale:

$$xy' = 3y - 2x^2 - 1, \quad (\text{per } x > 0).$$

Dato y_0 in \mathbb{R} :

- (a) Si scriva la soluzione $y(x)$ con la condizione iniziale $y(1) = y_0$ (3 p.);
 (b) si calcolino (al variare di y_0) i limiti di $y(x)$ per $x \rightarrow 0^+$ e per $x \rightarrow +\infty$ (5 p.);
 (c) si tracci il grafico di $y(x)$ per i valori (che si ritengono) più significativi di y_0 (4 p.);
 (d) si dica per quali valori di y_0 l'equazione

$$y(x) = 1$$

ha due soluzioni (3 p.).

TEMPO DISPONIBILE: UN'ORA E MEZZA.
NON SI POSSONO USARE CALCOLATRICI O APPUNTI.

PER GLI ESERCIZI 1-4 CONTA SOLO LA RISPOSTA.
GLI ESERCIZI 1 e 2 COMPORTANO PUNTEGGI NEGATIVI (gli altri no).
L'ESERCIZIO 5 VA SVOLTO E LA VALUTAZIONE DIPENDE DALLO SVOLGIMENTO.

PER LA SUFFICIENZA È NECESSARIO RIPORTARE (contemporaneamente):

- (a) UN VOTO MAGGIORE O EGUALE A 8 NEGLI ESERCIZI 1-4,
 (b) UNA MEDIA COMPLESSIVA MAGGIORE O EGUALE A 15.