Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2018-2019

PRIMA
~~SETTIMA~~ PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 03.06.19

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) \;=\; \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y)}{x^2+y^2} & se \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & se \quad x = y = 0 \ . \end{cases}$$

(a) Mostrare che f è continua in $\mathbb{R}^2$.

(b) Provare che f è derivabile parzialmente in $\mathbb{R}^2$ e calcolarne le derivate parziali.

(c) Dimostrare che f non è differenziabile nel punto $O = (0,0)$.

(d) Calcolare il massimo ed il minimo di f sul vincolo

$$V \;=\; \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \le x \le 2\,,\, 2x^2 = \pi/y\right\} .$$

2. Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione vettoriale definita da

$$\mathbf{F}(x,y) \;=\; \left(e^{xy}\sin y\,,\; e^{xy}\cos y\right) .$$

(a) Scrivere la matrice jacobiana $J_{\mathbf{F}}(0,\pi/4)$ e calcolarne il determinante.

(b) Dire, motivando la risposta, in quali punti $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ $\mathbf{F}$ non è localmente invertibile.

3. Si consideri il solido

$$\Omega \;=\; \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le z\,,\; x^2+y^2+z^2 \le 8\,,\; z^2 \ge x^2+y^2\right\} .$$

(a) Calcolare il volume di Ω .

(b) Calcolare l'area della superficie totale di Ω .

(c) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) \;=\; \left(3x^2-3y^2,\, 2z-6xy,\, z\right)$$

in uscita da Ω .