# Lezione 1

principali ⟶ derivati

opzioni "call" "put"

$\max(S_T - K, 0) = (S_T - K)^+$ ← prezzo "strike"

$(K - S_T)^+$

tasso cambio \$ / €

coperture dai rischi ⟶ speculazione

azioni XY 20 €
call al 31 ottobre per 21 € costo 1 €
2000 € comprare 100 azioni
" 2000 op. "call"

| | acquisto | op. call |
|---|---|---|
| 23 | 300 | 2000 |
| 24 | 400 | 4000 |
| 21 | 100 | −2000 |

leva finanziaria

pricing (valutazione) qual è il prezzo "giusto"?

hedging (copertura) come garantire il pagamento

---

contratto "Futures"
contratto "forward"
promette di acquistare il 31 dicembre 10000 barili petrolio a 50 € l'uno

"Futures" Chicago Hull

---

posizione "lunga" (acquisto)
" "corta" (vendita)
prezzo future 58 €

| | pos. lunga | | pos. corta | |
|---|---|---|---|---|
| 59 | +1 | | −1 | |
| 61 | +2 | (+3) | −2 | (−3) |
| 57 | −4 | (−1) | +4 | (+1) |

uscire da un "long" formare uno "short" | entrare e uscire flusso di interessi

leva finanziaria amplificata

---

## Arbitraggio

possibilità di avere un "guadagno sicuro" a costo 0.

10 azioni

N.Y. Francoforte
80 \$ 70 €
cambio €/\$ ↳ 80.5 \$
1.15

acquistare a N.Y. vendere a Frank.
guadagno "a costo 0"

---

Definizione "provvisoria"
Il prezzo giusto di una opzione è un prezzo che non da luogo ad arbitraggi

---

Interessi – lineari e continuamente composti

100 € al 3%

anno $100(1+0.03) = 103$

semestrale $100\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^2 = 103.041$

giornaliero $100\left(1+\frac{0.03}{365}\right)^{365} = 103.045$

---

interessi lineari $1 + r\tau$

interessi continuamente composti $e^{r\tau}$

tempi discreti $0, 1, 2, \ldots$

$1 \longmapsto (1+r)^n$ alla data $n$

tempi continui

$1 \longmapsto e^{r\tau}$ al tempo $\tau$.

---

Proprietà indipendenti dal modello. $C_\tau = C(\tau, T, K, S_0)$

Parità call-put

$$C_\tau - P_\tau = S_\tau - Ke^{-r(T-\tau)}$$

$>$

$$S_T - K$$

$$(S_T - K)^+ - (K - S_T)^+ =$$

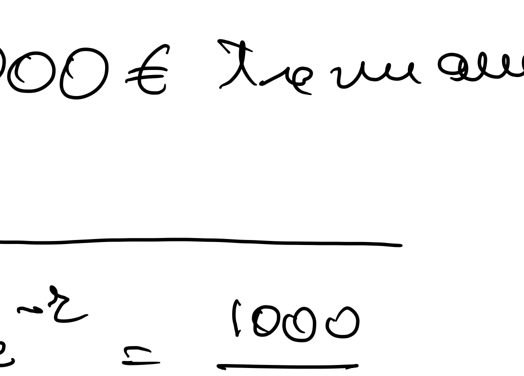
---

Convessità del prezzo della "call" rispetto a $K$

$$C_\tau\left(\frac{K_1+K_2}{2}\right) \leq \frac{C_\tau(K_1) + C_\tau(K_2)}{2}$$

convessità della funzione

$x \longmapsto (x-k)^+$




---

## Attualizzazione

Quanto valgono "oggi" 1000 € tra un anno?
tenuto int. lineari

$$\frac{1000}{1+r}$$

$$1000 \times e^{-r} = \frac{1000}{e^r}$$

riferito a un termine di riferimento.