

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Il punto $(0, 1)$ è critico per la funzione $\sin(x - y)$ sulla curva di equazione $2x^2 + y^4 = 1$? V / F
2. La soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x'(t) = x(t)^2 \cdot \sin(t), \\ x(0) = 1 \end{cases}$ è definita su tutto \mathbb{R} ? V / F
3. Sia $f_n(x) = \frac{1}{n^3} \cos(n \cdot x)$. La serie di funzioni $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ converge uniformemente su tutto \mathbb{R} ? V / F
4. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ la successione definita da $\begin{cases} a_{n+2} = 2(a_{n+1} - a_n), \\ a_0 = 0, a_1 = 1. \end{cases}$
È vero che $a_n = 0$ per $n = 2^{100}$? V / F
5. La serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{i+n}{i-2n^2} z^n$ converge su tutto \mathbb{C} ? V / F
6. Sia $\alpha(t) = (1 - t^2)^7 + it$ per $t \in [-1, 1]$. Il numero $\int_{\alpha} \cos(z) dz$ è immaginario puro? V / F
7. Se $f(x, y) = x^3 - y^3$ e $\alpha(t) = (t, -t)$ per $t \in [0, 1]$, quanto fa $\int_{\alpha} f$?
 a $1/\sqrt{2}$; b 1; c $\sqrt{2}$; d 2.
8. Si consideri la soluzione x del problema di Cauchy $\begin{cases} x'(t) - 2t \cdot x(t) = e^{t^2}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$ Quanto fa $x(1)$?
 a 0; b e; c e^{-1} ; d $-e$.
9. Qual è il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} (x/n)^n$?
 a 0; b 1; c π ; d $+\infty$.
10. Qual è il massimo grado tra le soluzioni polinomiali dell'equazione differenziale $2x'' + (x')^2 - 4x = 0$?
 a La sola soluzione polinomiale è $x \equiv 0$; b Grado 1;
 c Grado 2; d Ci sono soluzioni polinomiali di ogni grado.
11. Sia Ω un aperto di \mathbb{C} e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$. Si ponga $g(z) = |f(z)|^2$. Esiste la derivata $g'(z)$?
 a Sì, ovunque in Ω , qualunque sia f ; b No, in nessun punto di Ω , qualunque sia f ;
 c Nei punti z in cui $f(z) = 0$; d Nei punti z in cui $f'(z) = 0$.
12. Quante sono le soluzioni dell'equazione $\sin(z^2) = i$? (Si ricordi che $\sin(x + iy) = \cosh(y) \sin(x) + i \sinh(y) \cos(x)$.)
 a Nessuna; b Una; c Due; d Infinite.

Risposte esatte

1. F
2. F
3. V
4. V
5. F
6. V
7. a
8. b
9. d
10. c
11. c, d
12. d