

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. L'applicazione $\Phi : C^0([0, 1], \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $\Phi(f) = (f(1) - f(0))^2$ è lineare? V / F
2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, sia D^2 il disco $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$, e $n = (n_1, n_2)$ la sua normale esterna lungo ∂D^2 . È sempre vero che $\int_{\partial D^2} (f(x_1)n_1 + f(x_2)n_2) = 0$? V / F
3. Sia $v(x, y) = (\sin(\pi \cdot x) \cdot \log(1 + x^2 + y^2), y^2 \cdot \cos(\pi \cdot x))$ e $Q = [0, 1] \times [0, 1]$. È vero che $\int_Q \operatorname{div}(v) = 0$? V / F
4. Sia S una superficie non orientabile in \mathbb{R}^3 (ad esempio il nastro di Möbius). È sempre vero che se facciamo un buco ad S (cioè rimuoviamo un punto ed un suo piccolo intorno) essa rimane non orientabile? V / F
5. È vero o falso che l'integrale di una qualsiasi 2-forma di classe C^1 su una superficie senza bordo in \mathbb{R}^3 è nullo? V / F
6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $f(x, y, z) = (y^2 + x + z, (x + 1)z)$. Si può applicare a f nel punto $(0, 0, 0)$ il teorema del Dini? V / F
7. Quale matrice è associata alla forma bilineare $b : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $b((x, y), (x, y)) = -y^2 + 2xy$?
 a $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.
8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che $\partial f / \partial x(0, 0) = \partial f / \partial y(0, 0) = 0$ e $(H(f))(0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.
 Che tipo di punto è $(0, 0)$ per f ?
 a un minimo locale; b un massimo locale; c né un minimo locale né un massimo locale;
 d le informazioni non consentono di stabilire alcuna delle precedenti.
9. Quanto è lunga la curva $\alpha(t) = (t, t^2/2)$ con $t \in [0, 1]$?
 a 0; b 1; c 2; d nessuna delle precedenti.
10. La forma $x dx + y dy$ è il differenziale di una funzione?
 a sì, della funzione $f(x, y) = x + y$; b sì, della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2$;
 c sì, della funzione $f(x, y) = (x^2 + y^2)/2$; d no.
11. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1 . Sia

$$S = \{(t, f(t) \cdot \sin(\vartheta), f(t) \cdot \cos(\vartheta)) : t \in \mathbb{R}, 0 \leq \vartheta < 2\pi\} \subset \mathbb{R}^3.$$

 In quale caso l'insieme S è una superficie?

-
- a quando
- $f(t) \neq 0 \forall t \in \mathbb{R}$
- ;
-
- b quando
- $f'(t) \neq 0 \forall t \in \mathbb{R}$
- ;
-
- c sempre;
-
- d mai.

 12. Quanti punti critici ha la funzione e^{x+y} sulla curva di equazione $x^2 + y^2 = 1$ nel piano?

-
- a nessuno;
-
- b uno;
-
- c due;
-
- d quattro.

Risposte esatte

1. F
2. F
3. V
4. V
5. F
6. V
7. b
8. c
9. d
10. c
11. a
12. c