UNIVERSITÀ DI PISA — **Facoltà di Ingegneria**
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 30/3/00 (non fiscale)

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

1. Può uno spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ avere 17 elementi? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. L'applicazione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = x \cdot y + z$ è lineare? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $f : V \to W$ è lineare e $v_1, \dots, v_n$ sono linearmente indipendenti, lo sono necessariamente anche $f(v_1), \dots, f(v_n)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Sia e_1, e_2, e_3, e_4 la base canonica di $\mathbb{R}^4$. I vettori $v_1 = e_1 + e_2,\ v_2 = e_2 + e_3,\ v_3 = e_3 + e_4$ generano $\mathbb{R}^4$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. L'insieme $\{p \in \mathbb{R}[x] :\ p(1) = 0\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}[x]$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Siano v_1, v_2, v_3, v_4 linearmente indipendenti in uno spazio V.
Lo sono allora anche $v_1 + v_2,\ v_2 + v_3,\ v_3 + v_4,\ v_4 + v_1$?
$\boxed{\text{a}}$ sì, sempre; $\boxed{\text{b}}$ no, mai; $\boxed{\text{c}}$ in ogni V può essere vero o falso; $\boxed{\text{d}}$ dipende da V.

7. Che dimensione ha il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dai vettori $(1, 0, -1),\ (2, 1, -3),\ (0, -1, 1)$?
$\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 3.

8. Quali sono le coordinate di un generico vettore (x_1, x_2) di $\mathbb{R}^2$ nella base $(2e_1 + e_2, \frac{1}{2}e_1)$?
$\boxed{\text{a}}$ (x_1, x_2); $\boxed{\text{b}}$ $(x_2, 2x_1 - x_2)$; $\boxed{\text{c}}$ $(x_2, 2x_1 - 4x_2)$; $\boxed{\text{d}}$ $(2x_2, 2x_1 - x_2)$.

9. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione associata alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Allora f
$\boxed{\text{a}}$ è iniettiva; $\boxed{\text{b}}$ non è iniettiva; $\boxed{\text{c}}$ è surgettiva; $\boxed{\text{d}}$ è bigettiva.

10. Si considerino in $\mathbb{R}^3$ i vettori $v_1 = (1, 1, 0),\ v_2 = (1, 0, 1),\ v_3 = (0, 1, 1)$. Le coordinate del vettore $(1, 0, 0)$ rispetto a (v_1, v_2, v_3) sono:
$\boxed{\text{a}}$ $(1/2, 1/2, -1/2)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1, 0, 0)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1, 1, 0)$; $\boxed{\text{d}}$ (v_1, v_2, v_3) non è una base.

11. Dati $p_1 = 1 + x,\ p_2 = x^2 - 1,\ p_3 = x + x^2,\ p_4 = 1 + x + x^2$, quale tra i seguenti sistemi di vettori è una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? $\boxed{\text{a}}$ p_1, p_2, p_3; $\boxed{\text{b}}$ p_1, p_2, p_3, p_4; $\boxed{\text{c}}$ p_1, p_2, p_4; $\boxed{\text{d}}$ nessuno dei precedenti.

12. Quante soluzioni ha il seguente sistema? $\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x + z - t = 2 \\ y + z = 0 \end{cases}$
$\boxed{\text{a}}$ Nessuna; $\boxed{\text{b}}$ una; $\boxed{\text{c}}$ due; $\boxed{\text{d}}$ infinite.

13. Una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ $\boxed{\text{a}}$ è sempre iniettiva; $\boxed{\text{b}}$ è sempre surgettiva; $\boxed{\text{c}}$ può essere iniettiva; $\boxed{\text{d}}$ può essere surgettiva.

14. Se $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ è definita da $f(x, y, z) = (x - y, y - z)$, che dimensione ha $\mathrm{Ker}(f)$?
$\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 3.

15. Quanto fa $\det \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{a}}$ -1; $\boxed{\text{b}}$ 0; $\boxed{\text{c}}$ 1; $\boxed{\text{d}}$ nessuno dei precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. F

3. F

4. F

5. V

6. b

7. c

8. c

9. b

10. a

11. c

12. d

13. d

14. b

15. a

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 30/3/00 (non fiscale)

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. a b c d

7. a b c d

8. a b c d

9. a b c d

10. a b c d

11. a b c d

12. a b c d

13. a b c d

14. a b c d

15. a b c d

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡