UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 16/06/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $W, Z \subset V$ sono sottospazi in somma diretta, è sempre vero che $W \oplus Z = V$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. In $\mathbb{R}^3$ i vettori $(1,0,0)$, $(1,1,0)$, $(1,1,1)$, $(1,2,1)$ sono linearmente indipendenti? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineare e surgettiva. Se $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$ e $f(v_1) = f(v_2) = 0$, si può concludere che v_1 e v_2 sono linearmente dipendenti? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se E ed F sono sottospazi affini disgiunti di $\mathbb{R}^4$, ed entrambi hanno dimensione 2, si può concludere che sono paralleli? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Sia $\|\,.\,\|$ la norma associata a un prodotto scalare hermitiano su uno spazio V complesso. È sempre vero che $\|v_1 + v_2\| \le \|v_1 - w_1\| + \|w_1 - w_2\| + \|v_2 - w_2\|$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Siano $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $B \in \mathcal{M}_{p\times q}(\mathbb{R})$. Quando si può eseguire il prodotto righe per colonne $A \cdot B$?

$\boxed{\text{A}}$ Sempre. $\boxed{\text{B}}$ Se $n = m$. $\boxed{\text{C}}$ Se $n = q$. $\boxed{\text{D}}$ Se $m = p$.

7. Che rango ha la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 4.

8. Se V e W sono sottospazi di $\mathbb{R}^8$, $\dim(V) = 3$, $\dim(W) = 4$ e V non è contenuto in W, che dimensione può avere $V + W$? $\boxed{\text{A}}$ Tra 4 e 7. $\boxed{\text{B}}$ Tra 4 e 8. $\boxed{\text{C}}$ Tra 5 e 7. $\boxed{\text{D}}$ Tra 5 e 8.

9. Sia X lo spazio delle funzioni lineari $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tali che $f(e_1^{(3)}) \in \mathrm{Span}(e_2^{(2)})$ e $f(e_2^{(3)}) = 0$. Che dimensione ha X? $\boxed{\text{A}}$ 2. $\boxed{\text{B}}$ 3. $\boxed{\text{C}}$ 6. $\boxed{\text{D}}$ 0.

10. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbb{R})$ e A' una sottomatrice 2×2 di A. In quanti modi si può orlare A'?

$\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 4.

11. Quante soluzioni ha il sistema $x + y - z = 0$, $2x - y - 2z = 0$, $-x + 2y + z = 1$?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuna. $\boxed{\text{B}}$ Una. $\boxed{\text{C}}$ Due. $\boxed{\text{D}}$ Infinite.

12. Quanti numeri complessi z soddisfano la relazione $\overline{z} - z \cdot |z|^2 + i(1 - z^2) = 0$?

$\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 4.

13. Sia $u_1, \ldots, u_5$ una base di $\mathbb{R}^5$ e sia $v_1, \ldots, v_5$ da essa ottenuta per ortonormalizzazione. In quali casi si ha che v_3 è multiplo di u_3? $\boxed{\text{A}}$ Solo se gli u_i sono tra loro ortogonali.

$\boxed{\text{B}}$ Solo se gli u_i sono unitari. $\boxed{\text{C}}$ Solo se $\langle u_i | u_3 \rangle = 0$ per $i = 1, 2$. $\boxed{\text{D}}$ Sempre.

14. Se $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C})$ ammette una base $u_1, \ldots, u_n$ di autovettori, si può concludere che $A^* \cdot A = A \cdot A^*$?

$\boxed{\text{A}}$ Sì. $\boxed{\text{B}}$ Sì solo se tale base è ortonormale. $\boxed{\text{C}}$ Sì solo se tale base è ortogonale.

$\boxed{\text{D}}$ Sì solo se A ha un solo autovalore.

15. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ lineare tale che $\mathrm{Ker}(f) \ne \{0\}$. Che dimensione può avere $\mathrm{Im}(f)$?

$\boxed{\text{A}}$ Tra 0 e 3. $\boxed{\text{B}}$ Tra 1 e 3. $\boxed{\text{C}}$ Tra 0 e 2. $\boxed{\text{D}}$ Tra 1 e 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 16/06/00

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. F

3. V

4. F

5. F

6. D

7. B

8. C

9. B

10. B

11. A

12. C

13. C

14. B

15. C

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 16/06/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡