"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 08/07/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. I vettori $(1-i, 1, 1+i)$ e $(2, 1+i, 2i)$ sono linearmente indipendenti in $\mathbb{C}^3$? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

2. I vettori $(1,1,0)$ e $(0,1,1)$ in $\mathbb{R}^3$ formano un angolo retto? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

3. Se V e W sono sottospazi di $\mathbb{R}^5$, entrambi hanno dimensione 3, e non coincidono, si può concludere che $V + W = \mathbb{R}^5$? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

4. La matrice di una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ è una 3×2? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

5. Sia $f : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ lineare diagonalizzabile. Può f avere solo due autovalori distinti? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

6. Sia $X = \{f \in C^0([0,1]; \mathbb{R}) : f(0) + f(1) = 0\}$. Quale è giusta?

$\boxed{A}$ X non è un sottospazio. $\boxed{B}$ X è un sottospazio di dimensione finita.
$\boxed{C}$ X è un sottospazio di codimensione finita. $\boxed{D}$ Nessuna delle precedenti.

7. Qual è il determinante del minore A^{12} della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

$\boxed{A}$ $+3$. $\boxed{B}$ -3. $\boxed{C}$ -12. $\boxed{D}$ -7.

8. Siano $u_1 = (0,2)$ e $u_2 = (3,0)$. Sia $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ la base canonica di $\mathbb{R}^2$ e $\mathcal{B}' = (u_1, u_2)$. Se $[v]_{\mathcal{B}}$ e $[v]_{\mathcal{B}'}$ sono le coordinate di un vettore v nelle due basi, qual'è la matrice A tale che $[v]_{\mathcal{B}'} = A \cdot [v]_{\mathcal{B}}$?

$\boxed{A}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/3 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{B}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{C}$ $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$; $\boxed{D}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

9. Siano $v_1, v_2, \dots, v_n$ linearmente indipendenti in uno spazio V.
Lo sono allora anche $v_1 + v_2, v_2 + v_3, \dots, v_{n-1} + v_n, v_n + v_1$?

$\boxed{A}$ Sì, sempre. $\boxed{B}$ No, mai. $\boxed{C}$ Dipende da n. $\boxed{D}$ Dipende da V.

10. Quali sono le coordinate di un generico vettore (x_1, x_2) di $\mathbb{R}^2$ nella base $(e_1 - e_2, 2e_2)$?

$\boxed{A}$ $(x_1, \frac{1}{2}(x_1 + x_2))$. $\boxed{B}$ $(x_1, 2(x_1 + x_2))$. $\boxed{C}$ $(2x_1, x_1 + x_2)$. $\boxed{D}$ (x_1, x_2).

11. Quante sono le $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ lineari tali che $f(\{e_1, e_2, e_3\}) = \{e_1, e_2, e_3\}$?

$\boxed{A}$ Nessuna. $\boxed{B}$ Infinite. $\boxed{C}$ 6. $\boxed{D}$ 9.

12. Che rango ha $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$? $\boxed{A}$ 1. $\boxed{B}$ 2. $\boxed{C}$ 3. $\boxed{D}$ 4.

13. Che dimensione può avere un sottospazio affine di $\mathbb{R}^4$ parallelo a quello di equazioni $x+y+z+w = 1$, $x + 2y + 3z - w = 0$? $\boxed{A}$ 2. $\boxed{B}$ Almeno 2. $\boxed{C}$ Al più 2. $\boxed{D}$ Tra 0 e 4.

14. Siano $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ i vertici di un triangolo equilatero di centro c. Quanto fa $(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)$?

$\boxed{A}$ $z^3 - a$ con $a \in \mathbb{C}$. $\boxed{B}$ $(z-c)^3 - a$ con $a \in \mathbb{R}$. $\boxed{C}$ $(z-c)^3 - a$ con $a \in \mathbb{C}$. $\boxed{D}$ $z^3 + 1$.

15. Sia H una matrice hermitiana 2×2 tale che $\langle (z,w) | (z,w) \rangle_H = 2\mathrm{Im}(\overline{z}w) + |z|^2$. Chi è H?

$\boxed{A}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2i \\ -2i & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{B}$ $\begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{C}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{D}$ Non esiste.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 08/07/00

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. F

3. F

4. V

5. V

6. C

7. B

8. A

9. C

10. A

11. C

12. C

13. D

14. C

15. B

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 08/07/00

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡