



1. Calcolare $\int \frac{\sin(2x)}{1 + \cos^2(x)} dx$.

2. Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{1}{x \cdot e^y} \\ y(1) = 0. \end{cases}$

3. Calcolare $\int_{\Delta} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ dove Δ è il disco di centro 0 e raggio 1 nel piano \mathbb{R}^2 .

4. Posto $X = \{x \in \mathbb{R}^7 : 2x_1 - 5x_4 + 3x_7 = 0\}$ dire che dimensione possa avere il nucleo di un'applicazione lineare $f : X \rightarrow \mathbb{R}^2$.

5. Dire per quali $t \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} 4 & t-2 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & t-1 \end{pmatrix}$ risulta invertibile.

6. Determinare l'angolo convesso compreso tra i vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibita la tessera dello studente o un documento. I telefoni devono rimanere spenti. Le risposte ai quesiti vanno scritte negli spazi bianchi di questo foglio. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato dopo i primi 45 minuti. Prima della consegna non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Sul banco è consentito avere solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria.



Considerare la matrice $M = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \\ -5 & 10 & 7 \end{pmatrix}$ vista anche come applicazione lineare $M : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

e il vettore $v = \begin{pmatrix} 7 \\ 20 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- (A) (3 punti) Esibire equazioni parametriche e cartesiane del nucleo di M .
- (B) (3 punti) Risolvere rispetto a $x \in \mathbb{R}^3$ il sistema lineare $M \cdot x = v$.
- (C) (3 punti) Esibire equazioni parametriche e cartesiane dell'immagine di M .

Deve essere esibito un documento o la tessera dello studente. I telefoni devono rimanere spenti. Sul tavolo è consentito avere solo solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto dell'esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.



Risposte ai quesiti

1. $-\log(1 + \cos^2(x))$
2. $y(x) = \log(1 + \log(x))$ definita per $x > \frac{1}{e}$
3. $\frac{2}{3}\pi$
4. Tra 4 e 6
5. $t \neq -3$ e $t \neq 4$
6. $\frac{2}{3}\pi$



Soluzione dell'esercizio

$$(A) \begin{cases} x_1 = 19t \\ x_2 = 13t \\ x_3 = -5t \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 19x_3 = 0 \\ 5x_2 + 13x_3 = 0 \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} x_1 = 19t + 2 \\ x_2 = 13t - 1 \\ x_3 = -5t + 3 \end{cases}$$

$$(C) \begin{cases} x_1 = -t + 3s \\ x_2 = 2t - s \\ x_3 = -5t + 10s \end{cases} \quad -3x_1 + x_2 + x_3 = 0$$