



**Quesito 1.** Dire per quali  $k \in \mathbb{R}$  è diagonalizzabile la matrice  $\begin{pmatrix} 2k^2 + 7k + 1 & -k^2 - 3k \\ 2k^2 + 14k + 24 & -k^2 - 6k - 11 \end{pmatrix}$ .



**Quesito 2.** Se  $P$  è il piano in  $\mathbb{R}^3$  generato da  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  e  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,

dire qual è il punto di  $P$  più vicino a  $\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ .



**Quesito 3.** Dire per quali  $k \in \mathbb{R}$  l'applicazione bilineare associata alla matrice  $\begin{pmatrix} 20 & k^2 + 3 \\ 5k - 1 & k \end{pmatrix}$  è un prodotto scalare.



**Quesito 4.** Trovare gli autovalori della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$   
e una base ortogonale di  $\mathbb{R}^2$  che la diagonalizza.



**Quesito 5.** Dire per quali  $k \in \mathbb{R}$  esiste  $M$  matrice ortogonale  $3 \times 3$  tale che

$$M^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & -3 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{5} \\ 3 & -\sqrt{5} & 0 \end{pmatrix} \cdot M = \begin{pmatrix} 0 & k & 0 \\ -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



**Quesito 6.** Stabilire per quali  $t \in \mathbb{R}$  la conica di equazione

$$(t + 3)x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 2y + 2 = 0$$

è degenere, e negli altri casi descriverne il tipo affine.



**Quesito 7.** Determinare il tipo affine della quadrica di equazione  $8x^2 + 4xy + 4xz - 2yz - 4z = 0$ .



**Quesito 8.** Determinare i punti all'infinito del luogo di  $\mathbb{R}^2$  di equazione

$$8x^3 - 6x^2y - 11xy^2 + 3y^3 + 7x^2 + 3xy - 2y^2 + 8x + 7y - 1 = 0.$$





**Quesito 9.** Per la curva  $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  data da  $\alpha(t) = \begin{pmatrix} t \cdot e^t \\ 3t - t^2 \end{pmatrix}$  calcolare la curvatura nel punto  $t = 0$  e i valori di  $t$  per cui tale curvatura è negativa.



**Quesito 10.** Calcolare  $\int_{\alpha} (\cos(x^2) + y) dx + (-2x + \sin(y^2)) dy$

dove  $\alpha : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  è data da  $\alpha(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}$ .



## Risposte ai quesiti

1.  $k \neq 4$

2.  $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

3.  $k = 1$

4.  $\lambda_1 = 2\sqrt{2} - 1$ ,  $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} - 1 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda_2 = -2\sqrt{2} - 1$ ,  $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} - 1 \end{pmatrix}$

5.  $k = \pm 4$

6. Degenera per  $t = 2$ ; parabola per  $t = 1$ ; iperbole per  $t < 1$ ; ellisse per  $1 < t < 2$ ; vuota per  $t > 2$ 

7. Iperboloide iperbolico (a una falda)

8.  $[3 : 2]$ ,  $[1 : -1]$ ,  $[1 : 4]$

9.  $-\frac{2}{25}\sqrt{10}$ ;  $\frac{1}{4}(1 - \sqrt{65}) < t < \frac{1}{4}(1 + \sqrt{65})$

10.  $-3\pi$