

Esercizi di Matematica

Scienze Biologiche 15/16 – Corso A

(Carlo Petronio)

Foglio del 24/2/2016

Formule essenziali Dati due insiemi ordinati di dati reali x e y con lo stesso numero di elementi, indicando con μ la media, definiamo:

- la varianza di x come $\sigma(x)^2 = \mu(x^2) - \mu(x)^2$
- la deviazione standard di x come $\sigma(x) = \sqrt{\sigma(x)^2}$
- la covarianza di x e y come $\sigma(x, y) = \mu(x \cdot y) - \mu(x) \cdot \mu(y)$
- la correlazione di x e y come $\rho(x, y) = \frac{\sigma(x, y)}{\sigma(x) \cdot \sigma(y)}$
- la retta di regressione di x e y come quella avente
 - coefficiente angolare $m = \frac{\sigma(x, y)}{\sigma(x)^2}$
 - ordinata all'origine $q = \mu(y) - m \cdot \mu(x)$

Si ha sempre $-1 \leq \rho(x, y) \leq 1$. Valori di $|\rho(x, y)|$ vicini a 1 indicano la bontà dell'approssimazione di y tramite $mx + q$

Esercizio 1 Generare un foglio Excel, senza usare alcuna delle funzioni predefinite se non quella di somma, che determini la retta di regressione per due insiemi ordinati di dati x e y aventi lo stesso numero k di elementi, con $k < 100$. Testare poi il foglio sui dati $x = (1, 4, 5, 7, 9)$ e $y = (17, 12, 11, 8, 7)$, usandolo per fare una previsione del valore di y corrispondente a $x = 6$.

Esercizio 2 Modificando opportunamente il metodo della regressione lineare, generare un foglio di Excel che, per due insiemi ordinati di dati x e y aventi lo stesso numero k di elementi, con $k < 100$, determini la migliore approssimazione di y in funzione di x della forma seguente:

(i) $y = a\sqrt{x} + b$

(ii) $y = \frac{1}{ax+b}$

(iii) $y = \frac{1}{a \ln x + b}$

(iv) $y = \ln(ae^x + b)$

(v) $y = ax^b$

(vi) $y = \frac{2^x}{b^{a-x}}$

Testare poi il foglio come nell'Esercizio 1.

Esercizio 3 Trovare $t > 0$ sapendo che la varianza di $(1, 3, 4, 7, t)$ vale 7.36.

Esercizio 4 Come cambia la varianza se a n dati se ne aggiunge uno uguale alla media precedente?

Esercizio 5 Per due dati x e y si sa che la covarianza vale 21.2, e che usando la retta di regressione si prevedono i valori $y = 4.5$ per $x = 3$ e $y = 21$ per $x = 7$. Trovare la varianza di x .

Esercizio 6 Sapendo che $\sigma(x) = 6.36$, $\mu(x) = -2.63$, $\mu(y) = -16.5$ e che usando la retta di regressione si prevede il valore $y = 21.98$ per $x = 3$, trovare $\sigma(x, y)$.