

"Geometria" - Esercizi del 13/5/09

(1) Calcolare la lunghezza d'arco della curva

$$\alpha(t) = \left(\sin t, \cos t + \log \tan \frac{t}{2} \right)$$

$$\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$$

e la sua curvatura

(2) Parametrizzare come curva il luogo definito in coordinate polari da $\rho = a \cdot e^{b\theta}$ con $a, b > 0$ fissati. Calcolare la lunghezza d'arco e la curvatura.

(3) Verificare che la curva $\alpha(t) = \left(t, \frac{1+t}{t}, \frac{1-t^2}{t} \right)$ è contenuta in un piano.

(4) Calcolare curvatura e torsione di $(1 + \cos t, 1 - \sin t, \cos 2t)$

(5) Esprimi in funzione di s la lunghezza d'arco di una curva del tipo $\alpha(t) = (p(t) \cdot \cos t, p(t) \cdot \sin t)$

(6) Calcolare la curvatura di
 $\alpha(t) = (t, 2t, t^4)$
e dimostrare che \bar{e} è piana.

(7) Calcolare $\int_{\alpha} xy^2$ dove $\alpha(t) = (\cos t, \sin t)$
 $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

(8) Calcolare $\int_{\alpha} \sqrt{12+x^2}$ dove $\alpha(t) = (3t^2, 1+t^3)$
 $0 \leq t \leq 1$

(9) Calcolare $\int_{\alpha} 2xy^2 dx + 3x^2y dy$ dove
 $\alpha(t) = (1-2t, 1+t^2)$
 $0 \leq t \leq 1$

(10) Calcolare $\int_{\alpha} xdy - ydx$ dove
 $\alpha(t) = (\cos t, \sin t)$
 $0 \leq t \leq \theta$

(11) Calcolare $d \left(e^{x+\cos y} \cdot \log \frac{\cos x}{y} \right)$

(12) Calcolare $d \left(e^{xy} \cos x dx + e^{x-y} \sin(xy) dy \right)$