



Matematica III — Quiz del 12/07/03

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq \|x\| \leq 2\}$. Esiste 1-forma ω con $\omega(x) = 0$ per $\|x\| = 2$, $\int_{\Omega} d\omega = 1$? V / F
2. Se $\gamma \subset \mathbb{R}^2$ è una curva, $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ e (x_0, y_0) è un punto di minimo su γ per f , è sempre vero che $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) = 0$? V / F
3. Se $a_{n+2} = -2a_{n+1} - a_n$, $a_0 = 1$, $a_1 = 0$, la $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ assume infiniti valori positivi? V / F
4. Lo sviluppo in 0 di $f \in \mathcal{H}(\{z \in \mathbb{C} : \Im(z) < 1\})$ ha raggio di convergenza almeno $\sqrt{2}$? V / F
5. Se $f(t) = |t| + \frac{t}{|t|}$, la serie di Fourier di f converge puntualmente? V / F
6. La curva $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), t^2)$ ha immagine:
 A Contenuta in un cilindro. B Contenuta in un piano.
 C Contenuta in una sfera. D Nessuna delle precedenti.
7. Sia $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 4, (|z-2|-1)(|z+2|-1) \geq 0\}$. Da quante curve semplici e chiuse è costituito $\partial\Omega$? A Nessuna. B Una. C Due. D Tre.
8. Se $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = \sinh(1 - x^2 - y^2)\}$ e $v(x, y, z) = (ye^{xz}, z, xz)$, quanto fa $\left| \int_{\Sigma} \langle \text{rot}(v) | n \rangle \right|$? A 0. B $\cosh(1)$. C 1. D π .
9. Per $k \in \mathbb{R}$ sia x_k la soluzione del problema $\begin{cases} x'_k = (1 - t^2) \cos(x_k^2) \\ x_k(0) = k. \end{cases}$ Allora: A x_1 è costante.
 B x_0 è sempre crescente. C x_k è definita su \mathbb{R} per ogni k . D Nessuna delle precedenti.
10. Se $x'' - 6x' + 9x = 0$, $x(0) = x'(0) = 1$, quanto fa $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{x(t)}{e^{6t} \cdot x(-t)}$?
 A $+\infty$. B 0. C Non esiste. D -1.
11. Date $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ e $(s_n)_{n=0}^{\infty}$ tali che $s_n = a_{n+1} - a_n$, siano $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ e $S = \sum_{n=0}^{\infty} s_n$. Allora:
 A L converge se e solo se S converge, ma può essere $L \neq S$.
 B L converge se e solo se S converge, e $L = S$.
 C Se L converge allora S converge, ma il viceversa può non valere.
 D Se S converge allora L converge, ma il viceversa può non valere.
12. Se $f = u + iv$ è olomorfa allora $\begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{pmatrix}$ è: A Invertibile.
 B Multipla di una rotazione. C Diagonale. D Nessuna delle precedenti.
13. Se $0 \in \Omega \subset \mathbb{C}$ e $f \in \mathcal{H}(\bar{\Omega})$ allora $f''(0)$ è:
 A $\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial\Omega} \frac{f(z)}{z^3} dz$. B $\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial\Omega} \frac{f(z)}{z^2} dz$. C $\frac{1}{\pi i} \int_{\partial\Omega} \frac{f(z)}{z^3} dz$. D $\frac{1}{\pi i} \int_{\partial\Omega} \frac{f(z)}{z^2} dz$.
14. Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ e \mathcal{F} è la trasformazione di Fourier allora: A $\mathcal{F}(\bar{f}) = \frac{1}{\pi} \overline{\mathcal{F}(f)}$.
 B $\mathcal{F}(\bar{f})(x) = \frac{1}{\pi} \overline{\mathcal{F}(f)}(-x)$. C $\mathcal{F}(\bar{f}) = \overline{\mathcal{F}(f)}$. D $\mathcal{F}(\bar{f})(x) = \overline{\mathcal{F}(f)}(-x)$.
15. Se $f \in \mathcal{H}(\Delta)$ quale delle seguenti garantisce che f è costante? A $f^{(n)}(0) = 0$ per $n \geq 1$.
 B $f(1 - 1/n) = f(0)$ per $n \geq 1$. C f è limitata su Δ . D Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Matematica III — Quiz del 12/07/03

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

. . .

1. V

2. F

3. V

4. F

5. V

6. A

7. D

8. D

9. C

10. D

11. A

12. B

13. C

14. D

15. A