



Matematica III — Quiz del 01/09/03

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La curva chiusa $\alpha : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (t \cos(t), \sin(2t))$ ammette ovunque (come curva chiusa) una direzione tangente? V / F
2. Sia $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ e Σ la superficie parametrizzata da $\sigma : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ con $\sigma(u, v) = (u, v, f(u, v))$. È sempre vero che $\mathcal{A}(\Sigma) \geq \mathcal{A}(\Omega)$, dove \mathcal{A} indica l'area? V / F
3. Il problema $\begin{cases} x'' = 2xx' + t^2 \\ x(0) = 3 \end{cases}$ ha soluzione unica? V / F
4. Data $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \sin(x^2)e^x$, la trasformata di Laplace $\mathcal{L}(f)$ è olomorfa sul semipiano $\{x \in \mathbb{C} : \Re(z) > 1\}$? V / F
5. Se $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta} \setminus \{0\})$ e $\int_{\partial\Delta} f(z) dz = 0$, lo 0 è singolarità eliminabile? V / F
6. Sia L la lunghezza della curva $\alpha(t) = (t, 1 - t^4)$ con $t \in [-1, 1]$. Allora:
 A $0 < L < 2$. B $2 < L < 2\sqrt{2}$. C $2\sqrt{2} < L < 4$. D $L > 4$.
7. Se $R : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq 1\}$ e $\omega(x, y) = (x + e^y) dy$, quanto fa $\int_{\partial R} \omega$?
 A 0. B 8. C $4 \sinh(1)$. D $8 \sinh(1)$.
8. Se $x''' - 2x'' - x' + 2x = 0$, $x(0) = 1$, $x'(0) = x''(0) = -2$, quale limite esiste finito non nullo?
 A $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-2t} x(t)$. B $\lim_{t \rightarrow -\infty} e^{-2t} x(t)$. C $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-t} x(t)$. D Nessuno dei precedenti.
9. Date $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ e $(b_n)_{n=0}^{\infty}$ tali che $a_{n+2} = a_{n+1}^2 + (4 - 2^n)a_n$, $b_{n+2} = b_{n+1}^2 + (4 - 2^n)b_n$, quale delle seguenti garantisce che $a_n = b_n$ per ogni n ?
 A $a_3 = b_3, a_4 = b_4$. B $a_0 = b_0, a_2 = b_2$. C $a_1 = b_1$. D Nessuna delle precedenti.
10. Se $f_n(t) = \max\{0, 1 - n|t|\}$, quale è vera?
 A $(f_n)_{n=0}^{\infty}$ converge uniformemente. B $\lim_{n \rightarrow +\infty} \|f_n\| = +\infty$.
 C $(f_n)_{n=0}^{\infty}$ converge puntualmente ma non uniformemente. D Nessuna delle precedenti.
11. Se $X \subset \Omega \subset \mathbb{C}$, Ω è connesso, $f, g \in \mathcal{H}(\Omega)$, f e g coincidono su X , si conclude che $f = g$ se:
 A X è aperto non vuoto. B X contiene infiniti punti.
 C X è costituito da punti isolati. D Nessuna delle precedenti.
12. Se $\alpha : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ è data da $\alpha(t) = -1 + (t - \pi)^2 + i \sin(t)$, quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha} \frac{dz}{z(z+2)^2}$?
 A $-1/2$. B $1/4$. C 0. D 1.
13. Sia $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2, (1 - |x|)(1 - |y|) > 0, z = \sin((1 - |x|)(1 - |y|))\}$. Quanto fa $\int_{\Sigma} (dx dy + z dx dz)$?
 A 0. B 2π . C 4π . D 4.
14. Data $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$ e i suoi coeff. di Fourier α_n, a_n, b_n complessi e reali, quale è vera per $n \geq 1$?
 A $a_n = \Re(\alpha_n)$. B $b_n = 2\Im(\alpha_n)$. C $\alpha_{-n} = \overline{\alpha_n}$. D Nessuna delle precedenti.
15. Quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial\Delta} \frac{dz}{(2z+1)(z+2)}$?
 A 1. B $1/3$. C $2/3$. D 0.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Matematica III — Quiz del 01/09/03

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

. . .

1. F

2. V

3. F

4. V

5. F

6. C

7. B

8. A

9. D

10. C

11. A

12. B

13. D

14. D

15. B