



 Matematica III — Quiz del 13/7/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La curva $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (t^2, \sin(\pi t))$ ha lunghezza maggiore di 1? V / F
2. Sia $C = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$. È nullo $\int_{\partial C} (-y^2 dx dy + x^2 dy dz)$? V / F
3. Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ il limite uniforme di una successione di funzioni derivabili infinite volte.

 Può f essere derivabile una volta ma non due? V / F

4. Le armoniche $u(x, y) = x^2 - y^2$ e $v(x, y) = 3x^2y - y^3$ sono coniugate? V / F

5. Sia $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \pi - |x|$.

 La serie di Fourier di f converge uniformemente a f su $[-\pi, \pi]$? V / F

6. Siano $v(x, y) = (x \cos(1 - x^2 - y^2), y \cos(1 - x^2 - y^2))$ e $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

 Quanto fa $\int_D \operatorname{div}(v)$? A 2π . B π . C $\pi/2$. D $\pi/4$.

7. Se $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, z = 2xy\}$, quale $\alpha : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ parametrizza ∂S ?

 A $\alpha(t) = (2 \cos(t), 2 \sin(t), 8 \sin(t))$. B $\alpha(t) = (2 \cos(t), 2 \sin(t), 8 \cos(t))$.

 C $\alpha(t) = (2 \cos(t), 2 \sin(t), 8 \sin(2t))$. D $\alpha(t) = (2 \cos(t), 2 \sin(t), 4 \sin(2t))$.

8. Sia x la soluzione di $x' = x^2 e^t$ con $x(0) = -1$.

 Quanto fa $x(-1)$? A 0. B 1. C $-e$. D e .

9. Sia x la soluzione di $x'' = 2x + x'$ con $x(0) = 2$ e $x'(0) = 1$.

 Quanto fa $x(\log 2)$? A $7/2$. B $9/2$. C $-7/2$. D $-9/2$.

10. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ la soluzione di $a_{n+2} = -a_n - 2a_{n+1}$ con $a_0 = -1$ e $a_1 = 0$. Quanto fa a_{99} ?

 A 98. B -98 . C 100. D -100 .

11. Su quali dei seguenti insiemi Ω **non** esiste una funzione $f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ continua tale che $\exp(f(z)) = z$ per ogni z in Ω ?

 A $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 0\}$. B $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 1\}$.

 C $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > -1\}$. D $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| < 1\}$.

12. Se $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re}(z)| < 1\}$ e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$, che raggio di convergenza ha la serie di Taylor di f centrata in $2i$? A 4. B 3. C 2. D 1.

13. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$? A $\pi/3$. B $2\pi/3$. C $4\pi/3$. D 0.

14. Se $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ e $\lim_{z \rightarrow 0} z^3 f(z) = 0$ allora f in 0 ha: A Una singolarità eliminabile.

 B Un polo di ordine al più 2. C Un polo di ordine 3. D Una singolarità essenziale.

15. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 1$ per $|x| \leq 1$ e $f(x) = 0$ altrimenti.

 Quanto fa la trasformata di Fourier $\mathcal{F}(f)$ in t ?

 A 0. B 1. C $(2 \sin t)/t$. D e^t .

 Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Matematica III — Quiz del 13/7/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

1. V

2. F

3. V

4. F

5. V

6. A

7. D

8. C

9. B

10. B

11. C

12. D

13. A

14. B

15. C