



 Matematica III — Quiz del 9/9/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Se $Q = [0, 1] \times [0, 1]$ e $v : Q \rightarrow \mathbb{R}^2$ è nullo su ∂Q , è vero che $\int_Q \operatorname{div}(v) = 0$? V / F
2. Se $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(0) = 0$ e $\frac{\partial f}{\partial x_1}(0) + \frac{\partial f}{\partial x_2}(0) = 1$, può essere $f(x) = 0$ solo per $x = 0$? V / F
3. L'insieme delle soluzioni dell'equazione alle differenze $a_{n+2} = n^2 \cdot a_{n+1} - a_n$ è un sottospazio vettoriale dello spazio delle successioni reali? V / F
4. Se $f, g \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ hanno in 0 dei poli, può $f \cdot g$ avere una singolarità essenziale? V / F
5. Sia $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{C}$ e \mathcal{L} la trasformazione di Laplace. Si ha sempre $\mathcal{L}(f)' = \mathcal{L}(f')$? V / F
6. Si consideri la curva $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (t^2, t^3)$. La sua lunghezza è:
 A 0. B 1. C $\sqrt{2}$. D Nessuna delle precedenti.
7. Se $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ è una superficie, quale è vera in generale su $\partial\Sigma$? A Consiste di curve (anche nessuna).
 B È vuoto. C Consiste di una singola curva. D Consiste di una o più curve.
8. Siano $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = \sqrt{x^2 + y^2}\}$ e $\omega(x, y, z) = x \, dy + \cos(xy) \, dz$.
 Quanto fa $\int_{\Sigma} d\omega$? A 0. B π . C 1. D $\cos(1)$.
9. Quale dei seguenti sistemi equivale all'equazione differenziale $x'' = 4x' + x^2$?
 A $\begin{cases} u' = u, \\ v' = 4v + v^2. \end{cases}$ B $\begin{cases} u'' = v, \\ v'' = 4v' + u^2. \end{cases}$ C $\begin{cases} u' = v, \\ v' = 4v + u^2. \end{cases}$ D $\begin{cases} u' = 4v + u^2, \\ v' = u. \end{cases}$
10. Sia $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $x'' = x' + 6x$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 3$. Quanto fa $x(\log 2)$?
 A 1. B 0. C $1/4$. D 8.
11. Quale delle seguenti condizioni **non** assicura che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ converga?
 A $|a_{n+1}| < 2|a_n|$. B $|a_n| < n$. C $|a_n| < 100$. D $a_n = (-2)^n / (n+1)$.
12. Sia $f : \Delta \rightarrow \mathbb{C}$ olomorfa iniettiva. Siano $\alpha, \beta : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{C}$ le curve date da $\alpha(t) = f(t)$ e $\beta(t) = f(it)$. Quale è vera per α e β ? A Sono disgiunte. B Si incontrano infinite volte.
 C Si incontrano ortogonalmente in un punto. D Possono non essere derivabili.
13. Se $Q = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re}(z)| + |\operatorname{Im}(z)| < 1\}$ e $f \in \mathcal{H}(Q)$, quanto vale almeno il raggio di convergenza della serie di Taylor di f in 0? A ∞ . B $\sqrt{2}$. C $1/\sqrt{2}$. D 1.
14. Siano $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z-2| < 1\} \cup \{z \in \mathbb{C} : |z+2| < 1\}$ e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$. Quale delle seguenti garantisce che f è nulla su Ω ? A $f^{(n)}(2) = f^{(n)}(-2) = 0$. B $f(\frac{n+2}{n+1}) = f^{(n)}(-2) = 0$.
 C $f(\frac{n+2}{n+1}) = f(-\frac{n+2}{n+1}) = 0$. D Nessuna delle precedenti.
15. Sia $f(t) = t$ per $|t| \leq \pi$ e siano $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ e $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ i coefficienti di Fourier reali di f .
 Quale delle seguenti è **falsa**?
 A $b_n \neq 0$ per infiniti n . B $a_n = 0$ per ogni n . C $b_1 = 2$. D Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Matematica III — Quiz del 9/9/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

- 1. V F
- 2. V F
- 3. V F
- 4. V F
- 5. V F
- 6. A B C D
- 7. A B C D
- 8. A B C D
- 9. A B C D
- 10. A B C D
- 11. A B C D
- 12. A B C D
- 13. A B C D
- 14. A B C D
- 15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

1. V

2. F

3. V

4. F

5. F

6. D

7. A

8. B

9. C

10. D

11. A

12. C

13. C

14. A

15. D