

Analisi Matematica B

Prova scritta parziale n. 1

Corso di laurea in Fisica, 2017-2018

4 dicembre 2017

1. Siano $z \in \mathbb{C}$ e $w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$. Mostrare che

$$\frac{|w|^2 \cdot z}{w} + w \cdot \bar{z} \in \mathbb{R}.$$

2. (a) Mostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} = +\infty.$$

- (b) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{(2n)!}{(n!)^2}}.$$

3. Si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\pi \cdot \frac{(n+x)^2}{n}\right).$$

- (a) Per $x = 1$ dire se la serie converge e se converge assolutamente.
(b) Determinare gli $x \in \mathbb{R}$ per i quali la serie converge.
(c) (più difficile) Per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie è indeterminata?
4. Si consideri la serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{(2k)!}.$$

- (a) Mostrare che la serie converge assolutamente per ogni $x \in \mathbb{R}$;
(b) calcolare la somma della serie per $x = -1$;
(c) mostrare che per $x = 1$ la somma della serie è $\frac{e + e^{-1}}{2}$;
(d) calcolare la somma della serie per ogni $x \in \mathbb{R}$.