

Analisi Matematica I

Prova scritta preliminare n. 2

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2012-2013

4 aprile 2013

****AAAA

1. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} \sin \frac{1}{x+1}$$

è uniformemente continua sull'intervallo $(0, +\infty)$.

2. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1 + \sin^9 x}{1 + \sin x} \cos x \, dx$$

e verificare che il risultato è un numero positivo.

3. Studiare qualitativamente il grafico della funzione F definita da

$$F(x) = \int_1^{e^x} \operatorname{arctg} \log t \, dt.$$

In particolare:

- (a) determinare gli intervalli di monotonia di $F(x)$;
 - (b) determinare eventuali asintoti per $x \rightarrow +\infty$;
 - (c) determinare eventuali asintoti per $x \rightarrow -\infty$;
 - (d) dimostrare che l'equazione $F(x) = \pi/4$ ha una unica soluzione. *Suggerimento*: studiare la convessità della funzione integranda.
4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{\cos x} - x^2 - 2}{(e^x - 1)^3 - x^3}.$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I

Prova scritta preliminare n. 2

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2012-2013

4 aprile 2013

****BBBB

1. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} \sin \frac{1}{x+1}$$

è uniformemente continua sull'intervallo $(0, +\infty)$.

2. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1 + \cos^7 x}{1 + \cos x} \sin x \, dx$$

e verificare che il risultato è un numero positivo.

3. Studiare qualitativamente il grafico della funzione F definita da

$$F(x) = \int_1^{e^x} \operatorname{arctg} \log t \, dt.$$

In particolare:

- (a) determinare gli intervalli di monotonia di $F(x)$;
 - (b) determinare eventuali asintoti per $x \rightarrow +\infty$;
 - (c) determinare eventuali asintoti per $x \rightarrow -\infty$;
 - (d) dimostrare che l'equazione $F(x) = \pi/4$ ha una unica soluzione. *Suggerimento*: studiare la convessità della funzione integranda.
4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{\cos x} - x^2 - 2}{(e^x - 1)^3 - x^3}.$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I

Prova scritta preliminare n. 2

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2012-2013

4 aprile 2013

****CCCC

1. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \sqrt{x+1} \sin \frac{1}{x}$$

è uniformemente continua sull'intervallo $(0, +\infty)$.

2. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1 + \sin^9 x}{1 + \sin x} \cos x \, dx$$

e verificare che il risultato è un numero positivo.

3. Studiare qualitativamente il grafico della funzione F definita da

$$F(x) = \int_1^{e^x} \operatorname{arctg} \log t \, dt.$$

In particolare:

- (a) determinare gli intervalli di monotonia di $F(x)$;
 - (b) determinare eventuali asintoti per $x \rightarrow +\infty$;
 - (c) determinare eventuali asintoti per $x \rightarrow -\infty$;
 - (d) dimostrare che l'equazione $F(x) = \pi/4$ ha una unica soluzione. *Suggerimento*: studiare la convessità della funzione integranda.
4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+\sin(x^2)} + x^2 - 1}{3x^2 - 2 + 2 \cos^3 x}.$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I

Prova scritta preliminare n. 2

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2012-2013

4 aprile 2013

****DDDD

1. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \sqrt{x+1} \sin \frac{1}{x}$$

è uniformemente continua sull'intervallo $(0, +\infty)$.

2. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1 + \cos^7 x}{1 + \cos x} \sin x \, dx$$

e verificare che il risultato è un numero positivo.

3. Studiare qualitativamente il grafico della funzione F definita da

$$F(x) = \int_1^{e^x} \operatorname{arctg} \log t \, dt.$$

In particolare:

- (a) determinare gli intervalli di monotonia di $F(x)$;
 - (b) determinare eventuali asintoti per $x \rightarrow +\infty$;
 - (c) determinare eventuali asintoti per $x \rightarrow -\infty$;
 - (d) dimostrare che l'equazione $F(x) = \pi/4$ ha una unica soluzione. *Suggerimento*: studiare la convessità della funzione integranda.
4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+\sin(x^2)} + x^2 - 1}{3x^2 - 2 + 2 \cos^3 x}.$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.