

Compitino di Analisi Matematica 2

25 gennaio 2019

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

Esercizio 1. Mostrare che la funzione $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y, z, k) = |xk - yz|,$$

ammette massimo e minimo assoluto sul vincolo

$$M = \{(x, y, z, k) : \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{z^2 + k^2} = L > 0\}$$

e calcolare tali valori di massimo e di minimo.

Esercizio 2. Sia $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ un aperto limitato. Mostrare che esiste un cerchio di raggio massimo contenuto in $\overline{\Omega}$. Mostrare che, se $\overline{\Omega}$ è strettamente convesso, tale cerchio è unico.

Esercizio 3. Sia

$$A := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\}$$

e sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) := \begin{cases} \frac{z(y^2 - x^2)}{x^2 + y^2} \cos(x^2 + y^2) & \text{se } x^2 + y^2 > 0 \text{ e } z \neq 0 \\ \pi & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Discutere la continuità di f su A .

Discutere l'integrabilità di f su A e, in caso affermativo, determinare il valore dell'integrale.