

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

CCS Ing. dell'Energia, DOCENTE: Matteo Novaga

2 dicembre 2008

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
---	---	---

--

ESERCIZIO 1. Calcolare (se esiste) il limite:

$$\ell = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{\sin(x)} \right) x}{\ln \left(\frac{1 - 2x}{1 + 2x} \right)}.$$

(Si ricordino gli sviluppi asintotici $\ln(1 + y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, $\sin(y) = y - \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, per $y \rightarrow 0$)

Lo sviluppo asintotico del numeratore è:

Lo sviluppo asintotico del denominatore è:

Il limite (se esiste) è:

$$\ell =$$

ESERCIZIO 2. Studiare la convergenza della serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[1 + \sin \left(\ln \left(\frac{n^2}{2n + n^2} \right) \right) \right]^{n^\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

(Si ricordino gli sviluppi asintotici $\sin(y) = y - \frac{y^3}{6} + o(y^4)$, $\ln(1 + y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$, per $y \rightarrow 0$)

ESERCIZIO 3. Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(|x^2 - 1|) - \frac{1}{x^2 - 1}.$$

(i) Determinare il dominio e l'immagine della funzione:

$$\text{Dom}(f) =$$

$$\text{Im}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione e determinare gli intervalli di monotonia.

$$f'(x) =$$

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

(v) Tracciare un grafico approssimativo della funzione.