

# Compito di Analisi

Padova, 11 gennaio 2010

**ESERCIZIO 1.** Ricordando che  $\mathbb{R}$  ha la stessa cardinalità di  $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ , mostrare che  $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  la stessa cardinalità di  $\mathbb{R}$ .

**ESERCIZIO 2.** Studiare la convergenza della successione per ricorrenza

$$x_{n+1} = 1 - \frac{x_n^2}{4},$$

al variare del dato iniziale  $x_0$ . Discutere la stabilità delle orbite periodiche.

**ESERCIZIO 3.** Determinare esplicitamente la successione per ricorrenza lineare

$$x_{n+2} = x_{n+1} + 2x_n + 2,$$

al variare dei dati iniziali  $x_0, x_1$ . Discutere l'esistenza di orbite periodiche.

**ESERCIZIO 4.** Studiare le soluzioni dell'equazione

$$\begin{aligned} y' &= e^y - t \\ y(t_0) &= y_0 \end{aligned}$$

al variare dei dati iniziali  $(t_0, y_0)$ , tracciandone un grafico qualitativo.

Discutere l'esistenza di eventuali asintoti.