

# Compito di Analisi Matematica III

Corso di Laurea in Fisica, Corso A, A.A. 2004/05

Pisa, 10 Gennaio 2005

1) Stabilire l'integrabilità della funzione

$$f(x, y, z) = \frac{\alpha z x^2 + \beta x y z + \gamma y z^2}{(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 + z^2)}$$

sul dominio  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 + 16z^2 \leq 4, z \geq 0\}$  al variare di  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  ed in caso affermativo, calcolare l'integrale

$$\int_D f(x, y, z) dx dy dz.$$

2) Stabilire l'esistenza di punti di massimo e minimo della funzione

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2} \quad (1)$$

sull'insieme  $D = \{(x, y) \mid x \neq 0, x^2 + (y - 2)^2 \leq 1\}$ ; in caso affermativo si calcolino esplicitamente.

3)

1. Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\arctan(x+n)}{n}. \quad (2)$$

(a) Determinare l'insieme di convergenza puntuale

(b) Stabilire la continuità della funzione limite.

2. Al variare del parametro  $k$  in  $\mathbb{R}$ , si consideri la successione di funzioni

$$(k \arctan(nx))^n. \quad (3)$$

(a) Determinare l'insieme di convergenza puntuale

(b) Determinare il più grande insieme dove la funzione limite è continua.

4) **[facoltativo]** Determinare gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/(2+x^2)} + |x - n|^{(nx^2 - 2\sqrt{nx} + 2)}}.$$