

Geometria e topologia delle superfici

Esercizi II

Esercizio 1. Sia \mathbb{H}^n/Γ una varietà iperbolica completa orientabile di dimensione $n \leq 3$. Mostra che due trasformazioni $\varphi, \psi \in \Gamma$ commutano se e solo se hanno gli stessi punti fissi in $\overline{\mathbb{H}^n}$.

Esercizio 2. Mostra che esiste un rivestimento di grado d fra due superfici $S_g \rightarrow S_{g'}$ se e solo se $\chi(S_g) = d \cdot \chi(S_{g'})$. (Consiglio: usa le decomposizioni in pantaloni per costruire esplicitamente dei rivestimenti fra superfici.)

Esercizio 3. Due curve semplici chiuse in S_g *riempiono* la superficie S_g se sono in posizione minimale ed il loro complementare è unione di dischi poligonali. Mostra che per ogni $g \geq 1$ esistono due curve semplici chiuse in S_g che riempiono la superficie. (Consiglio: fare intanto i casi $g = 1$ e $g = 2$. Il caso $g = 2$ è già sufficientemente complicato ed interessante.)