Algebra – A. A. 2003-2004
Terzo scritto

13 luglio 2004

COGNOME: NOME:

CORSO (A, B, C, o D): MATRICOLA:

FIRMA:

VALUTAZIONE

Esercizio 1	....	
	....	
	....	Voto:
Esercizio 2	....	
	....	
	....	Voto:
Esercizio 3	....	
	....	
	....	Voto:
Esercizio 4	....	
	....	
	....	Voto:

Esercizio 1 (9 punti). Consideriamo la seguente funzione f_k, dipendente da un parametro $k \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{cccc} f_k : & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (x,y,z) & \mapsto & (x+kz, x-y, x+k^2-k) \end{array}$$

1. Dimostrare che f_k è lineare se e solo se $k=0$ o $k=1$.

2. Dire se f_0 e f_1 sono suriettive.

3. Scrivere la matrice associata all'applicazione lineare

$$f_1 \circ f_0 : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3.$$

Esercizio 2 (9 punti). Calcolare il determinante della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & \sqrt{3} & 4 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3 (9 punti). Considerare al variare del parametro reale t la seguente matrice:

$$A_t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & t+1 \end{bmatrix}$$

1. dire se esistono valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui A_t non è invertibile.
2. dire per quali $t \in \mathbb{R}$ la matrice A_t è diagonalizzabile.

Esercizio 4 (9 punti).
Siano

$$V = \text{ Span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

e

$$W_a = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \middle| 2x + y + t = 0, x + z + at = 0 \right\}$$

due sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$, con W_a dipendente da un parametro $a \in \mathbb{R}$.

1. Trovare la dimensione di $V \cap W_a$ al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

2. Dire per quali $a \in \mathbb{R}$ abbiamo $\mathbb{R}^4 = V \oplus W_a$.