

**ANNO ACCADEMICO 2009/2010**  
**CORSO di LAUREA in FISICA**  
**GEOMETRIA II**  
**Secondo compito 3/6/2010**

**Esercizio 1**

Sia  $\varphi$  il prodotto scalare su  $\mathbb{R}^4$  definito da  $\varphi(X, Y) = {}^t XMY$  per ogni  $X, Y \in \mathbb{R}^4$ , dove

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 1) Calcolare l'indice di Witt di  $\varphi$ . Esistono due sottospazi vettoriali  $U_1, U_2 \subset \mathbb{R}^4$  che realizzano l'indice di Witt e tali che  $U_1 \cap U_2 = \{0\}$ ?
- 2) Per  $n = 2, 3$ , determinare tutte le classi di congruenza di sottospazi di dimensione  $n$ , esibendo esplicitamente un rappresentante per ogni classe.

**Esercizio 2**

Date le coniche  $C_1, C_2, C_3 \subset \mathbb{R}^4$  di equazioni, rispettivamente,  $x^2 + 2y^2 + 2xy + 2x - 2y + 3 = 0$ ,  $2x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 3 = 0$ ,  $x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 2y + 3 = 0$ , determinarne il tipo affine e dire se due di esse sono isometricamente equivalenti.

---

Durata: 2 ore.

Scrivere subito sul foglio: nome, e numero di matricola.