ANNO ACCADEMICO 2004/2005

CORSO di LAUREA in FISICA

GEOMETRIA II

Secondo compitino 29/5/2005

Esercizio 1.

Sia $B_a \in {}_4\mathbb{C}_4$ la matrice data da

$$B_a = \begin{pmatrix} 2+2a & a & 0 & 0 \\ -a & 2 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & -a & -2a \end{pmatrix}.$$

1) Determinare, al variare di $a \in \mathbb{C}$, la forma canonica di Jordan di B_a.

2) Determinare i valori di $a \in \mathbb{C}$ per cui B_a ha polinomio minimo di grado 3.

Esercizio 2.

Sia $M \subset \mathbb{R}^2$ l'insieme dato dai seguenti segmenti $\overline{(-4,0),(4,0)}$, $\overline{(-\frac{9}{2},-1),(-\frac{7}{2},1)}$, $\overline{(-\frac{5}{2},-1),(-\frac{3}{2},1)}$, $\overline{(\frac{3}{2},-1),(\frac{5}{2},1)}$, $\overline{(-\frac{7}{2},-1),(-\frac{9}{2},1)}$ e $\overline{(0,0),(0,-10)}$, e sia $N \subset \mathbb{R}^2$ l'insieme dato dai seguenti segmenti $\overline{(4,-2),(4,-5)}$, $\overline{(3,-2),(5,-2)}$, $\overline{(3,-3),(5,-3)}$, $\overline{(3,-4),(5,-4)}$, $\overline{(3,-5),(5,-5)}$, e $\overline{(4,-\frac{7}{2}),(a,b)}$.

Trovare per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ esiste una affinità $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $F(M) = N$.

Esercizio 3.

Sia C_k la conica di equazione $4(k+1)x^2 + (k+1)y^2 + 2xy + (k+3)x + 3 = 0$, dove $k \in \mathbb{R}$.

1) Determinare, al variare di k, il tipo affine della conica C_k.

2) Dimostrare che l'insieme $\{P \in \mathbb{R}^2 \mid \nexists k \in \mathbb{R} \ t.c. \ P \in C_k\}$ è una conica non vuota e se ne determini il centro.