

Esercizi 1.12.2011

1) Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

$$a(x) = x^{100} - x^{50} + 1, \quad b(x) = \frac{x^{10} - 5x^5 + 1}{3x^9 - 9x^3}$$

$$c(x) = x \sin(x + \log x), \quad d(x) = \operatorname{tg}^7 x$$

$$e(x) = e^{\cos^2 x}, \quad f(x) = x^x, \quad g(x) = (\sin x)^{\operatorname{arctg} e^x}$$

$$h(x) = (x \log x)^{\sin \sqrt{x}}, \quad i(x) = (\log x)^{100}$$

$$j(x) = \log \sin \sqrt{x}, \quad k(x) = \operatorname{arccos} \sqrt{\sin x}$$

$$l(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}, \quad m(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x} - \log \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$n(x) = \operatorname{arccos} \sqrt{\frac{1 - x^2}{x^2}}, \quad p(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}$$

$$q(x) = \sqrt[4]{\sin x^4}, \quad r(x) = \sqrt[7]{\log x^8}$$

2) a) Sia $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, $I \subset \mathbb{R}$ intervallo aperto, una funzione mai nulla. Mostrare che

$$D \log |f(x)| = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

b) Calcolare la derivata delle funzioni

$$f(x) = \log |\log |x||, \quad x \neq 0$$

$$g(x) = x + \log \left| \cos \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \right|, \quad \frac{\pi}{4} - x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

3) Dove sono derivabili le funzioni

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x|x-1|$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = (x - 2|x-1|)^2$$

$$h: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = x^\alpha, \quad \text{al variare di } \alpha \geq 0$$

4) La funzione $f: [0, 2] \rightarrow [1, 5]$, $f(x) = x^2 + 1$,
è invertibile. Calcolare $Df^{-1}(2)$.

5) La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + x^3$,
è invertibile. Calcolare $Df^{-1}(0)$.

6) a) Calcolare la derivata di

$$f(x) = \sum_{h=0}^m x^h$$

in due modi diversi

b) Calcolare la somma $\sum_{h=1}^m h 2^h$

c) Calcolare la somma $\sum_{h=1}^m h^2 3^h$

7) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow]0, +\infty[$ una funzione derivabile
in ogni punto. Determinare la derivata di
 f^α , dove $\alpha \in \mathbb{R}$.