

Esercizi 17.11.2011

1) Determinare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x+x^2)}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x+x^2)}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^b \log_a x \quad \text{dove } a > 1 \text{ e } b > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+\sqrt{x+x^3})}{x}$$

2) Dati $z = 2 - i$ e $w = 5 + 3i$, calcolare

$$z + 2w, \quad z \cdot \bar{w}, \quad \frac{\bar{z}}{w}, \quad \bar{z}^3$$

3) Determinare il modulo e l'argomento dei complessi

$$\frac{i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5}{1 - i}, \quad \frac{1 - i}{(1 + i)^2}$$

4) Determinare i numeri complessi z tali che $\operatorname{Re} z = 1$ e per cui valga la disuguaglianza

$$\left| \frac{z + \bar{z}^2}{2i} \right| < \frac{(\operatorname{Im} z)^2}{4} + 1$$

5) Risolvere l'equazione $|z| \bar{z} = 2i$.

6) a) Determinare tutte le successioni (z_n) a valori complessi che soddisfano la ricorrenza

$$z_{m+2} = 6z_{m+1} - 13z_m \quad \forall m \in \mathbb{N}$$

b) Tra di esse, individuare quella che soddisfa

$$z_0 = 1, \quad z_1 = 3$$

e quella che soddisfa

$$z_0 = 1, \quad z_1 = 3 + 6i$$