

Esercizi 8 5.2011

1 - Determinare le primitive delle seguenti funzioni:
 $\arccos x$, $\arctg x$, $\operatorname{tg} x$, $\frac{1}{\operatorname{tg} x}$

2 - Calcolare, mediante integrazione per parti, i seguenti integrali:

$$\int_0^1 x(x+2-e)e^{2x} dx, \quad \int_1^e \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx, \quad \int_1^e \log^3 x dx$$

$$\int_0^{\pi} x(\cos x + e^{x/\pi}) dx, \quad \int_0^1 x^2 \arcsin x dx, \quad \int_0^{\pi/2} x \cos^2 x dx$$

3 - Mediante un'opportuna sostituzione, calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^{1/4} (4x+2)^3 dx, \quad \int_0^1 \frac{x^3}{x^8+1} dx, \quad \int_0^{\log 2} \sqrt{e^x-1} dx$$

$$\int_0^1 x^3 e^{-x^2} dx, \quad \int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx, \quad \int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$$

4 - Determinare le primitive delle seguenti funzioni:

$$\frac{1}{a+b \cos x}, \quad 0 < b < a; \quad e^{x+x^2}; \quad \frac{1}{e^{2x}-2e^x};$$

$$\sin \sqrt{x}; \quad x^3 \sqrt{2-x^2}; \quad \frac{\sin 2x + \cos x}{1 + \sin x}$$

$$\frac{1}{x(1-x)}; \quad \frac{1}{x^2(1+x)}; \quad \frac{x+3}{x^3+3x^2+2x};$$

$$\frac{x^2-3}{(x+1)(x-1)^2}; \quad \frac{1}{x^3(1+x)^2}; \quad \frac{1}{x^2-2x+2}$$

5. Provare che se f è integrabile su $[a, b]$ allora

$$\int_a^x \left(\int_a^t f(s) ds \right) dt = \int_a^x (x-s) f(s) ds$$

per ogni $x \in [a, b]$.

6. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e sia $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Mostrare che

$$\frac{d}{dx} \int_a^{g(x)} f(t) dt = f(x) g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} \int_{g(x)}^b f(t) dt = -f(x) g'(x)$$

per ogni $a, b \in \mathbb{R}$.

7. I freni di un'automobile producono una decelerazione costante di $K \text{ m/s}^2$. Quale valore deve avere K affinché un'automobile che viaggia a 90 Km/h si arresti ad una distanza di 30 m dal punto in cui vengono azionati i freni?

Con lo stesso K , si trovi quale distanza lo stesso automobile percorrerebbe prima di arrestarsi se viaggiasse a 45 Km/h e a 135 Km/h .