

Esercizi 20.3.2012

1 Studiare la convergenza e la convergenza assoluta di:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan n \right), \quad \sum_{n=2}^{\infty} \log \left(1 + \frac{(-1)^n}{n} \right)$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \sin \left(\frac{(-1)^n}{\log n} \right), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \log n}$$

2 Mostrare che la serie $\sum_{n=2}^{\infty} (\log n)^{-\log n}$ converge.

3 Usare lo sviluppo in serie di $\log(1+x)$ per determinare $\log \frac{3}{2}$ con un errore inferiore a $\frac{1}{10}$.

4 Usare lo sviluppo in serie di $\cos x$ per determinare $\cos 1$ con un errore inferiore a $\frac{1}{100}$.

5 Determinare $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^{2n}}$ con un errore inferiore a 10^{-3} .

6 Studiare la convergenza delle serie

$$a) 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^3} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

$$\text{con } a_{2k-1} = \frac{1}{2^{k-1}}, \quad a_{2k} = -\frac{1}{3^{2k-1}}$$

$$b) 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3^3} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} b_k$$

$$\text{con } b_{2k-1} = \frac{1}{2^{k-1}} \quad e \quad b_{2k} = -\frac{1}{3^k}$$

7. Due maratometri distanti tra loro 100 Km partono nello stesso istante e corrono l'uno verso l'altro a 10 Km/h. Nel medesimo istante una mosca lascia il primo maratometro e vola verso il secondo a 20 Km/h. Una volta raggiunto lo inverte la rotta e vola di nuovo verso il primo alle stesse velocità. La mosca continua a volare tra i due maratometri fino a che essi non si incontrano. Quanto spazio avrà percorso fino al momento dell'incontro?