Esercizi vari su esponenziali/logaritmi/valore assoluto/sup ed inf/grafici.

1) Esplicitare la forma della funzione in dipendenza x (vale a dire eliminando la presenza del modulo) e disegnare il grafico della funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da:

a)
$$f(x) = |x^2 - 5|x| + 4|$$
; b) $f(x) = |2x^2 - 3|x| - 20|$;

c)
$$f(x) = |1 - 2|x - 3|$$
; d) $f(x) = |\ln(2^{3x} + 1) - 3| - 2$.

2) Risolvere le seguenti equazioni/disequazioni:

a)
$$|x-5| = |x-6| - |x-1|$$
; b) $3 - \log_2(e) \ge \ln(\log_2(x))$; c) $e^{x^2} \ge 2e^x$;

d)
$$\sqrt{1 - \sqrt[3]{x}} \le \sqrt[3]{x}$$
; e) $\sqrt{1 - \sqrt[5]{x^2}} > 1 + \sqrt[5]{x^2}$; f) $\log_5(x^{2x}) > \log_3(x^x)$.

- 3) Calcolare estremo superiore ed inferiore degli insiemi soluzione delle equazioni/disequazioni sopra. Dire se sono massimi o minimi per l'insieme.
- 4) Disegnare un grafico approssimativo delle funzioni:

a)
$$f(x) = x|x|$$
; b) $f(x) = x|x-2|$;

c)
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[4]{x-1} & x \ge 1\\ \sqrt{1-x} & x < 1 \end{cases}$$
; $d) f(x) = \begin{cases} x+1 & x \ge 0\\ \cos(x) & x < 0 \end{cases}$;

e)
$$f(x) = \log_{1/2}(1+2x)$$
; $f(x) = \log_{1/3}(3-x)$.