Soluzioni degli esercizi per il corso di Analisi Matematica

Limiti

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{\cos x}-2^x}{\ln(\cos x)} \quad \text{non esiste;}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin([x])}{\ln(1+[x]+x)} \text{ non esiste;}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x[x])}{x^2} \text{ non esiste;}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log_2(1+x)}{\sin(2x)} = \frac{1}{2\ln 2};$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log_{1/2}(1-x^2)}{x^2} = \frac{1}{\ln 2};$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos x-\sin x)}{\tan x} = -1;$$

$$\lim_{x\to 0}(\cos x-\sqrt{|x|})^{1/x} \text{ non esiste;}$$

$$\lim_{x\to 0}(1+\sqrt{|x|})^{1/x^2} = +\infty;$$

$$\lim_{x\to 0}(\frac{\sin x}{x})^{1/x}(=1, \text{ non fattibile});$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2^{\cos x}-\sqrt{4-x}}{4^{\sin x}-\cos x} = \frac{1}{4\ln 4};$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{\sin^2 x}-\cos x}{x^2} = \frac{3}{2};$$

$$\lim_{x\to \pi/2}\frac{\cos x}{1-\sin x} \text{ non esiste;}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{5^{x-1}-\sqrt{x}}{\ln(x)} = \ln 5-\frac{1}{2};$$

$$\lim_{x\to \pi}\frac{1+\cos x}{x\sin x} = 0;$$

$$\lim_{x\to 0+}\frac{3^{[x]}-2^{[x]+x}}{1-\cos(\sqrt{x})} = -2\ln 2;$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x(2^x-3^x)}{1-\cos x} = 2\ln(2/3);$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x+\frac{\pi}{3})}{(e^{2x}-1)\ln(x^2)} = \text{ non esiste;}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x+\frac{\pi}{3})}{\ln(x^2)} = 0;$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+[x])\sin([x])}{\ln(1+x)} = 0;$$

$$\lim_{x\to 0}(\cos x)^{1/(2\sin^2 x)} = e^{-1/4};$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)+x\cos x}{2x+x^3} = 1;$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin^2(x)-2x^4}{\ln(\cos(x\sqrt{x}))} = -2;$$

****

$$\lim_{x\to+\infty} x^2 - 2^x + \sin x = -\infty;$$

$$\lim_{x\to+\infty} 2^{\ln(x)-x} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} 2^x(\sqrt{2^x+1} - \sqrt{2^x-1}) = +\infty;$$

$$\lim_{x\to+\infty} x\cos(1/x) = +\infty;$$

$$\lim_{x\to+\infty} x\sin(1/x) = 1;$$

$$\lim_{x\to+\infty} x(\mathrm{e}^{\sin(1/x)} - \cos(1/x)) = 1;$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3^{[x]} - 2^{[x]+1}}{x\mathrm{e}^x} = +\infty;$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\sqrt{x+1}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}} = 0;$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{10^{1/(x^2-x)} - 10^{\ln x/x}}{\sin^2(1/x)} = -\infty;$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left|\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right|^{-1/\ln x} = \mathrm{e} \text{ (difficile)};$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(1 + \frac{1}{2^x}\right)^{3^x} = +\infty;$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{\cos(1/x)} - 2^{1/x}}{\ln(\cos(1/x))} = +\infty.$$

****

Il primo limite ha senso solo per $a \neq b$ e vale

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{a}{x}\right)}{\mathrm{e}^{a/x} - \mathrm{e}^{b/x}} = \frac{a}{a-b};$$

$$\lim_{x\to 0+} x^a \sin(\frac{a}{x^b}) = \begin{cases} 0 & a \geq 0 \text{ oppure } b < a < 0 \\ a & a < 0 \text{ e } b = a \\ -\mathrm{sgn}(\sin(a))\infty & a < 0 \text{ e } b = 0 \\ -\infty & a < b < 0 \\ \text{non esiste} & a < 0 \text{ e } b > 0. \end{cases}$$

****

La funzione $\sqrt{x^2 - x + 5}$ ha la retta $x - 1/2$ come asintoto obliquo a $+\infty$, la retta $-x + 1/2$ come asintoto obliquo a $-\infty$;

La funzione $\sqrt[3]{(x^2-3x)(x+1)}$ ha la retta $x - 2/3$ come asintoto obliquo a $+\infty$ ed a $-\infty$;

La funzione $\frac{2x^3}{x^2-2}$ ha le rette $x = \sqrt{2}$ ed $x = -\sqrt{2}$ come asintoti verticali e la retta $2x$ come asintoto obliquo a $+\infty$ ed a $-\infty$.