

## Esercizi per il Corso di Istituzioni di Matematica

### Numeri complessi: forma algebrica e trigonometrica, operazioni, calcolo di radici.

1) Mettere in forma algebrica  $a + ib$ , con  $a, b \in \mathbb{R}$ , i seguenti numeri complessi:

$$a) \frac{3 + 6i}{3 - 4i} - \frac{1}{(1 - i)^2}; \quad b) \left(\frac{1 + i}{2 - i}\right)^2 + \frac{3 + 6i}{3 - 4i};$$

$$c) ((1 + i)(2 - i)(3 + 5i))^{-2}; \quad d) \frac{2 + 5i}{1 - i} + \frac{2 - 5i}{1 + i}.$$

2) Determinare il coniugato ed il modulo dei seguenti numeri complessi:

$$a) (3 + 6i)^{-1}(3 - 4i); \quad b) i^3 - 2(-i)^5 + (-2)^4;$$

$$c) i \left(\frac{1 + i}{2 - i}\right)^2; \quad d) \frac{2 + 5i}{1 - i} - (1 + i^{10}).$$

3) Scrivere in forma algebrica i numeri complessi con:

- a) modulo 2 e argomento  $\pi/3$ ;    b) modulo 4 e argomento  $-3\pi/4$ ;  
c) modulo 3 e argomento  $5\pi/6$ ;    d) modulo 5 e argomento  $12\pi/4$ .

4) Calcolare il modulo e l'argomento dei seguenti numeri complessi  $u, v$  dati da:

$$u = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2} \quad v = 1 - i$$

e dedurre il modulo e l'argomento di  $w = \frac{u}{v}$ .

5) Calcolare le radici quadrate di  $3 + 4i, 8 - 6i, 7 + 6i$ .

6) Calcolare le radici cubiche dei numeri complessi al punto 3).

7) Calcolare le radici quadrate di  $\frac{1 + i}{\sqrt{2}}$  e dedurre i valori di  $\cos(\pi/8)$  e  $\sin(\pi/8)$ .

8) Ispirandosi all'esercizio sopra calcolare i valori di  $\cos(\pi/12)$  e  $\sin(\pi/12)$ .

9) Risolvere in  $\mathbb{C}$  le seguenti equazioni:

$$a) z^2 + z + 1 = 0; \quad b) z^2 - (1 + 2i)z + i - 1;$$

$$c) 4z^2 - 2z + 1 = 0; \quad d) z^2 - (3 + 4i)z - 1 + 5i = 0.$$