

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni - Università di Pisa.

## SESTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA I

Consegnare il testo, e un **unico** foglio in bella copia, senza la minuta. Le risposte ai quesiti devono essere accompagnate dalle opportune motivazioni teoriche e dai calcoli necessari.

**Esercizio 1.** Studiare la convergenza semplice e assoluta del seguente integrale improprio

$$\int_{-1}^{+\infty} \frac{\sin(x+1)}{\sqrt{x^3+1}} dx.$$

**Esercizio 2.** Calcolare lo sviluppo di Taylor in 0 al quarto ordine delle funzioni

$$(i) \ln(1+x \arctan x); (ii) e^{x \arctan(-x)}.$$

Calcolare poi il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x \arctan x) + 1 - e^{x^2}}{\sqrt{1+2x^4} - 1}.$$

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \frac{1}{4} \sqrt{1+4x^2}.$$

- Disegnare grafico di  $f$  nel piano cartesiano e determinare le sue intersezioni con la retta  $y = x$ .
- Studiare al variare del parametro reale  $\alpha$  la convergenza della successione:

$$\begin{cases} x_{n+1} = f(x_n) \\ x_0 = \alpha. \end{cases}$$

- (Facoltativo) Sia  $\alpha = 1$  e sia  $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$  nel punto sopra. Applicando noti criteri di convergenza studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (x_n - L).$$