

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni - Università di Pisa.

QUINTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA I

*Consegnare il testo, e un **unico** foglio in bella copia, senza la minuta. Le risposte ai quesiti devono essere accompagnate dalle opportune motivazioni teoriche e dai calcoli necessari.*

Esercizio 1. Per $\alpha > 0$ fissato studiare la funzione $f(x) = x^\alpha e^{-x}$ definita per $x > 0$. Stabilire poi quante sono le soluzioni $x > 0$ dell'equazione

$$\sin(x^\alpha e^{-x}) = 0$$

in funzione dell'esponente reale positivo α .

Esercizio 2. Al variare del parametro reale positivo β , studiare la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^\beta \sin\left(\frac{\pi n^2}{n+1}\right).$$

Esercizio 3. Si consideri la successione $(x_k)_k$ definita per ricorrenza a partire dal numero reale positivo γ :

$$\begin{cases} x_0 = \gamma \\ x_{k+1} = x_k \int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x_k} s} - 1}{e^{\sqrt{x_k} s} + 1} ds. \end{cases}$$

Si studi l'esistenza del limite di x_k al variare di γ .