

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2012-2013
QUINTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 08.01.14

Nome e cognome

Matricola

1. Dare la definizione di retta tangente nel punto $\gamma(t_0)$ ad una curva regolare $\gamma : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}^n$.

2. Sia

$$f(x, y) = \frac{e^{xy} - \cos y}{1 - \cos x} \quad (0 < x^2 + y^2 \leq 1) .$$

Detto $\ell(\alpha)$ il limite di f quando $(x, y) \longrightarrow (0, 0)$ lungo la retta $y = \alpha x$, dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha $\ell(\alpha) = -1$.

3. Scrivere la matrice hessiana della funzione $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = e^{\sin x + \cos y}$$

nel punto $(x_0, y_0) = (\pi/6, \pi/3)$.

4. Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva $\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$ data da

$$\gamma(t) = (t \sin(t-1), \sqrt{t^2+1})$$

nel punto $\gamma(1)$.

5. Calcolare

$$\iint_D y \, dx \, dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, x-1 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$.

6. Calcolare la divergenza del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (zx + \log(x-y), y \sin(1+z^2-y^2), 1/(y^2+z^2)) .$$

1

2

3

4

5

6

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2012-2013
QUINTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 08.01.14

Nome e cognome

Matricola

1. Dare la definizione di piano tangente nel punto $\phi(x_0, y_0)$ ad una superficie cartesiana $\phi(x, y) = (x, y, f(x, y))$ con f di classe C^1 .

2. Sia

$$f(x, y) = \frac{e^{x^2-y^2} - \cos y}{\sin^2 x} \quad (0 < x^2 + y^2 \leq 1) .$$

Detto $\ell(\alpha)$ il limite di f quando $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ lungo la retta $y = \alpha x$, dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha $\ell(\alpha) = -1$.

3. Scrivere la matrice hessiana della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = e^{\sin x - \cos y}$$

nel punto $(x_0, y_0) = (\pi/3, \pi/6)$.

4. Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da

$$\gamma(t) = (t \sin(t+1), \sqrt{t^2+2})$$

nel punto $\gamma(-1)$.

5. Calcolare

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq 1, y-1 \leq x \leq \sqrt{1-y^2}\}$.

6. Calcolare la divergenza del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (yx + \log(x-y), y \sin(1+x^2-y^2), 1/(x^2+z^2)) .$$

1

2

3

4

5

6
