Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2012-2013

TERZA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 18.07.13

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 . Enunciare la condizione sufficiente affinché x_0 sia un punto di minimo locale per f .

2. Siano $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ e $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$g(x,y) = \big(x^2 - y^2,\ xy\big) \qquad , \qquad h(u,v) = e^u \cos(u+v)$$

e sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f = h \circ g$. Calcolare $D_1 f(x,y)$.

3. Calcolare la lunghezza della curva $\gamma : [0,\ \sqrt{3}] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = \left(\frac{t^2}{2}\ ,\ \frac{t^3}{3}\right) \quad .$$

4. Calcolare

$$\iiint_P yx^2 e^{xyz}\ dx\,dy\,dz$$

dove $P = [0,\ 1] \times [0,\ 2] \times [0,\ 1]$.

5. Sia Σ la superficie la cui parametrizzazione $\phi : [0,\ 2] \times [-1,\ 1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ è definita da

$$\phi(u,v) = (u,\ uv,\ uv^2) \quad .$$

Trovare uno dei due versori normali a Σ nel punto $\phi(1,0)$.

6. Calcolare il rotore del campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \big(x + e^{xy}\ ,\ y\log(1 + x^2 z^2)\ ,\ \sqrt{y^2+z^2}\big)\ .$$

1

2

3

4

5

6

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2012-2013

TERZA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 18.07.13

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 . Enunciare la condizione sufficiente affinché x_0 sia un punto di sella per f .

2. Siano $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ e $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$g(x,y) = \big(x^2 - y^2,\ xy\big) \qquad , \qquad h(u,v) = e^v \cos(u+v)$$

e sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f = h \circ g$. Calcolare $D_1 f(x,y)$.

3. Calcolare la lunghezza della curva $\gamma : [\log 3,\ \log 8] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = \left(e^t\ ,\ \frac{2}{3}e^{3t/2}\right) \quad .$$

4. Calcolare

$$\iiint_P xz^2 e^{xyz}\ dx\, dy\, dz$$

dove $P = [0,\ 2] \times [0,\ 1] \times [0,\ 2]$.

5. Sia Σ la superficie la cui parametrizzazione $\phi : [-1,\ 1] \times [0,\ 2] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ è definita da

$$\phi(u,v) = (u,\ v^2,\ u^2 v) \quad .$$

Trovare uno dei due versori normali a Σ nel punto $\phi(0,1)$.

6. Calcolare il rotore del campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \big(x + e^{yz}\ ,\ \sqrt{y^2+z^2}\ ,\ y\log(1 + x^2 z^2)\big) \quad .$$

1

2

3

4

5

6

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2012-2013

TERZA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 18.07.13

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 . Se x_0 è un punto di massimo locale per f , di quale proprietà gode la sua matrice hessiana in x_0 ?

2. Siano $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ e $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$g(x,y) = \big(x^2 - y^2,\ xy\big) \qquad , \qquad h(u,v) = e^u \sin(u-v)$$

e sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f = h \circ g$. Calcolare $D_1 f(x,y)$.

3. Calcolare la lunghezza del grafico della funzione $f : [0,\ 1/3] \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = 2x\sqrt{x} \quad .$$

4. Calcolare

$$\iiint_P zy^2 e^{xyz}\ dx\, dy\, dz$$

dove $P = [0,\ 2] \times [0,\ 1] \times [0,\ 1]$.

5. Sia Σ la superficie la cui parametrizzazione $\phi : [0,\ 2] \times [-1,\ 1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ è definita da

$$\phi(u,v) = (v,\ u^2,\ uv^2) \quad .$$

Trovare uno dei due versori normali a Σ nel punto $\phi(1,0)$.

6. Calcolare il rotore del campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \Big(\sqrt{x^2+y^2}\ ,\ x + e^{yz}\ ,\ x\log(1+y^2z^2)\Big) \ .$$

1

2

3

4

5

6

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2012-2013

TERZA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 18.07.13

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 . Se x_0 è un punto di minimo locale per f , di quale proprietà gode la sua matrice hessiana in x_0 ?

2. Siano $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ e $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$g(x,y) = \left(x^2 - y^2,\ xy\right) \qquad , \qquad h(u,v) = e^v \sin(u-v)$$

e sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f = h \circ g$. Calcolare $D_1 f(x,y)$.

3. Calcolare la lunghezza del grafico della funzione $f : [0,\ 4] \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{3}(2x)^{3/2} \quad .$$

4. Calcolare

$$\iiint_P zx^2 e^{xyz}\ dx\, dy\, dz$$

dove $P = [0,\ 1] \times [0,\ 2] \times [0,\ 1]$.

5. Sia Σ la superficie la cui parametrizzazione $\phi : [-1,\ 1] \times [0,\ 2] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ è definita da

$$\phi(u,v) = (u,\ v^2,\ u^2 v) \quad .$$

Trovare uno dei due versori normali a Σ nel punto $\phi(0,1)$.

6. Calcolare il rotore del campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \left(x \log(1 + y^2 z^2)\ ,\ x + e^{xy}\ ,\ \sqrt{x^2+y^2}\right) \quad .$$

1

2

3

4

5

6