

Università degli Studi di Pisa- Corso di laurea in Ingegneria Biomedica
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
del 9 Settembre 2013

Nome e Cognome: _____ Matricola: _____

1. Sia $f(x, y)$ definita da $f(x, y) = \ln(1 + |x|y)$.
 - (a) Calcolare il dominio D di f e tracciare un disegno approssimativo di D ;
 - (b) Determinare il valore ed il campo di esistenza della derivate parziali $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$;
 - (c) Determinare i punti in cui f è differenziabile;
 - (d) Calcolare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di f nel punto $P = (1, 0)$;
 - (e) Calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(P)$ dove v è la direzione $v = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$;

2. Si consideri il campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y + z, z + x, x + y).$$

- (a) Dimostrare che \mathbf{F} è conservativo;
 - (b) Calcolare il lavoro del campo \mathbf{F} per andare dal punto $A = (2, 1, 3)$ al punto $B = (4, 1, 2)$.
3. Sia D il sottoinsieme del piano dato da

$$D = \{(x, y) : 1 \leq xy \leq 2 \text{ e } 2 \leq x - y \leq 4\}.$$

Si calcoli

$$\iint_D (x + y) dx dy.$$