

Università degli Studi di Pisa- Corso di laurea in Ingegneria Biomedica
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
del 18 Luglio 2013

Nome e Cognome: _____ Matricola: _____

1. Sia E l'ellisse di equazione $x^2/64 + y^2/36 = 1$ e sia \mathcal{R} l'insieme dei rettangoli R inscritti in E con i lati paralleli agli assi.

- (a) Detta $a(R)$ l'area di un generico rettangolo R appartenente all'insieme \mathcal{R} calcolare

$$\max_{R \in \mathcal{R}} a(R);$$

- (b) Detto $p(R)$ il perimetro di un generico rettangolo R appartenente all'insieme \mathcal{R} calcolare

$$\max_{R \in \mathcal{R}} p(R).$$

2. (a) Dato $D = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : x \leq z \leq 3x \text{ e } 1/x \leq z \leq 2/x\}$ calcolare

$$\iint_D \frac{1}{x} dx dz;$$

- (b) Sia A il solido ottenuto ruotando l'insieme D attorno all'asse z .
Calcolare

$$\iiint_A \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy dz.$$

3. Sia $\mathbf{F}(x, y, z) = (zy^2 - 2y, 2xyz - 2x + 2, xy^2 + 1)$.

- (a) Dimostrare che \mathbf{F} è conservativo e trovarne un potenziale;
(b) Calcolare il lavoro del campo \mathbf{F} lungo la curva

$$\gamma(t) = (t, t^2, e^{t^2-1}) \quad t \in [-1, 1];$$

- (c) Calcolare il flusso di \mathbf{F} attraverso la calotta sferica

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \leq 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1\},$$

orientata in modo tale che $\mathbf{n}(0, -1, 0) = (0, -1, 0)$.