

Università degli Studi di Pisa- Corso di laurea in Ingegneria Biomedica  
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II  
del 17 Febbraio 2014

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_

1. Sia  $f(x, y)$  definita da  $f(x, y) = x^3 + y^2 - \ln(y^2 + 3x)$ .
  - (a) Calcolare il dominio  $D$  di  $f$  e tracciare un disegno approssimativo di  $D$ ;
  - (b) Calcolare l'Hessiano di  $f$  in ogni punto del dominio  $D$ ;
  - (c) Determinare i punti stazionari di  $f$  e stabilire se si tratta di punti di massimo o minimo relativo o di sella;
  - (d) Calcolare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di  $f$  nel punto  $P = (0, 1)$ .

2. Si consideri il campo  $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$\mathbf{F}(x, y) = \left( 2x + \frac{1}{y^2 + 1}, -\left( y^3 \sin(y^4) + \frac{2xy}{(y^2 + 1)^2} \right) \right)$$

e sia data la curva

$$\gamma(t) = \left( e^{\sin(t)}, \frac{2 \cos(t)}{\cos^2(t) + 1} \right) \quad t \in [0, \pi].$$

- (a) Dire, giustificando la risposta, se  $\mathbf{F}$  è conservativo;
  - (b) Calcolare poi il lavoro di  $\mathbf{F}$  lungo la curva data.
3. Sia  $\Sigma$  la superficie ottenuta ruotando rispetto all'asse  $z$  la curva nel piano  $x, z$  di equazione  $x = 2 - z$  per  $z \in [0, 1]$ .
  - (a) Scrivere una parametrizzazione di  $\Sigma$  mostrandone la regolarità;
  - (b) Calcolare l'integrale superficiale

$$\int_{\Sigma} (x^2 + y^2) d\Sigma.$$