Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica
Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2014/2015
Prova scritta del 16/9/2015
TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) MARCO (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Sia $z = 2 + 2i$. Scrivere z nella rappresentazione trigonometrica $z = \varrho \cdot e^{i\vartheta}$: $z = \boxed{2\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}}$

- $z = 2 + 2i \implies z^4 = \boxed{-64}$

- Dati W e Z i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \right\} , \ Z = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle \implies \dim(W + Z) = \boxed{3}$$

Determinare una base di W:

$$\boxed{\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}}$$

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \implies \text{rg}(A) = \boxed{3} \qquad \dim(Ker(l_A)) = \boxed{0}$

- $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 2 \end{pmatrix} = \boxed{0}$

- $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \implies m.g.(3) = \boxed{1}$

- A matrice $k \times n$, B matrice $n \times p \implies (A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$ ~~vero~~ falso

- Data $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ determinare il coefficiente di posto $(1, 3)$ della matrice A^{-1} : $\boxed{1}$

16 - 9 - 2015

Risposte II parte

1 sol:

$$z = 0, \quad -1, \quad \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

2 $rk(A) = 2$ $\dim(\mathrm{Ker}(\mathcal{L}_A)) = 3-2=1$

i) Base $\mathrm{Im}(\mathcal{L}_A) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$

Base $\mathrm{Ker}(\mathcal{L}_A) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$

ii) $\exists$ sol. $\Longleftrightarrow t = 0$

iii) SI

3 $$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -4 \\ 2 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

---

4 $$p_A(\lambda) = -\lambda^3(\lambda+1)$$

AUTOVALORI: $\lambda_0 = 0$ $\quad$ m.a. $= 3$ $\quad$ m.g. $= 2$

$\lambda_1 = -1$ $\quad$ m.a. $= 1$ $\quad$ m.g. $= 1$

AUTOVETTORI:

$\lambda_0 = 0$: $\quad \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

$\lambda_1 = -1$: $\quad \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

A è triangolarizzabile

A non è diagonalizzabile