Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica
Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2014/2015
**Prova scritta del 16/9/2015**
TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

## PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Sia $z = 2 + 2i$. Scrivere $z$ nella rappresentazione trigonometrica $z = \varrho \cdot e^{i\vartheta}$ : $z =$

- $z = 2 + 2i \implies z^4 =$

- Dati $W$ e $Z$ i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$ :

$$W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad x_1 + 2x_2 + x_3 = 0\} \ , \ Z = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle \implies \dim(W + Z) =$$

Determinare una base di $W$:

- $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \implies \quad \mathrm{rg}(A) = \qquad \dim(Ker(l_A)) =$$

- $$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 2 \end{pmatrix} =$$

- $$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \implies m.g.(3) =$$

- $A$ matrice $k \times n$, $B$ matrice $n \times p \implies (A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$ | vero | falso |

- Data $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ determinare il coefficiente di posto $(1, 3)$ della matrice $A^{-1}$ :

## SECONDA PARTE

**I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni**

**Esercizio 1. [punteggio: 0-6]**
Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 = \overline{z}^2 \\ z^3 \neq 1 \end{cases}$$

**Esercizio 2. [punteggio: 0-6]**
Sia $\mathcal{L}_A : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

i) Determinare una base di $Ker(\mathcal{L}_A)$ e una base di $Im(\mathcal{L}_A)$.

ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$

(iii) Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$, $W = \langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$

Dire se
$\mathbb{R}^4 = Im(\mathcal{L}_A) \bigoplus W$.

**Esercizio 3. [punteggio: 0-3]** Determinare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$Ker(f) = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0\}; \quad Im(f) = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \rangle$$

Si determini una matrice $A \in \mathcal{M}at(3 \times 3; \mathbb{R})$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

**Esercizio 4. [punteggio: 0-6]**
Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di $A$ specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di $A$.
(iii) Dire se $A$ è diagonalizzabile