Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra Lineare e Analisi 2 - anno accademico 2009/2010

Compitino n.3 26/4/2010

TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +2 risposta sbagliata = -2

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

• A matrice 2×2a coefficienti in $\mathbb{R}$, $\det(A) = 0 \Rightarrow 0$ è autovalore per l_A | Vero | Falso |

• La forma $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 - 3x_1y_2 - 3x_2y_1 + 3x_2y_2$ è un prodotto scalare | Vero | Falso |

• Il prodotto scalare $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definito da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 3x_2y_2$

è: | definito positivo | definito negativo | indefinito |

• $A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \Longrightarrow$ la molteplicità geometrica dell'autovalore 9 è = $\boxed{}$

• Il vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ è autovettore per l' applicazione lineare l_A associata alla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t & 4 \end{pmatrix}$

se $t = \boxed{}$

• In $\mathbb{R}^3$ si considerino i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e la retta r passante per A e B.

Il punto $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \in r$? | vero | falso |

• Determinare la posizione reciproca (coincidenti, parallele non coincidenti, incidenti, sghembe) per la seguente coppia di rette di $\mathbb{R}^3$.

$r : \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad s : \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_3 = 0 \end{cases}$

| coincidenti | parallele non coincidenti | incidenti | sghembe |

• In $\mathbb{R}^3$ determinare un' equazione intrinseca del piano passante per $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, e perpendicolare a $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6]

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di f.

(iii) Si dica se f è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.

Esercizio 2. [punteggio: 0-3]

Determinare per quali valori del parametro β la seguente matrice A è diagonalizzabile

$$A = \begin{pmatrix} \beta & 0 & \beta \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-3]

Data la forma $\mathrm{f}_t : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da

$$\mathrm{f}_t\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \right) = (y_1 \;\; y_2 \;\; y_3) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & t \\ 0 & t & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Determinare per quali valori del parametro t f_t è un prodotto scalare definito positivo.

Esercizio 4. [punteggio: 0-4]

In $\mathbb{R}^3$ sia Π il piano passante per i punti A, B e C seguenti: $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(i) il punto $D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \Pi$? (ii) Determinare un vettore perpendicolare a Π

(iii) Determinare l'equazione di un piano Π' parallelo a Π tale che la distanza tra i due piani $= d(\Pi, \Pi') = \sqrt{6}$.