Compitino n.2 9/2/2009

TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +2 risposta sbagliata = -2

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
A matrice 2×2 a coefficienti in $\mathbb{R} \Rightarrow \exists$ almeno un autovettore per l_A	☐	☐
v_1, v_2 sono autovettori per $f \Rightarrow v_1 + v_2$ è autovettore per f	☐	☐
La forma $\langle \, , \, \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 3x_2y_1 + 3x_2y_2$ è un prodotto scalare	☐	☐

- In $\mathbb{R}^3$ si considerino i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e la retta r passante per A e B.

(i)il punto $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \in r$?

vero	falso

- Il prodotto scalare $\langle \, , \, \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definito da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = 3x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 3x_2y_2$

è:

definito positivo	definito negativo	indefinito

- $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \Longrightarrow$ la molteplicità geometrica dell'autovalore 9 è = ☐

- Il vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ è autovettore per l' applicazione lineare l_A associata alla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ t & 4 \end{pmatrix}$

se $t =$ ☐

- In $\mathbb{R}^3$ determinare un' equazione intrinseca del piano passante per $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, e perpendicolare a $v = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

☐

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-5]
Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Si dica se f è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.

Esercizio 2. [punteggio: 0-3]
Determinare per quali valori del parametro β la seguente matrice A è diagonalizzabile

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \beta & \beta \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-3]

Dato il prodotto scalare $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definito da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 - 3x_2y_2$
(ii) Determinare un vettore v tale che $\langle v, v \rangle = 0$
(ii) Determinare un vettore v tale che $\langle v, v \rangle = -4$

Esercizio 4. [punteggio: 0-3]
Data la forma $\mathrm{f}_t : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da

$$\mathrm{f}_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}) = (y_1 \quad y_2 \quad y_3) \cdot \begin{pmatrix} t & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Determinare per quali valori del parametro t f_t è un prodotto scalare definito positivo.

Esercizio 5. [punteggio: 0-2] Determinare la posizione reciproca (coincidenti, parallele non coincidenti, incidenti, sghembe) per la seguente coppia di rette di $\mathbb{R}^3$.

$$r \ : \ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad\qquad s \ : \ \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_3 = 0 \end{cases}$$