Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2005/2006

prova scritta del 18-1-2006

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z+2i)^4 = -4 \\ e^{i\pi z} = -e^{\pi} \end{cases}$$

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & x_2 & +x_3 \\ x_1 & & -x_3 \\ 2x_1 & -x_2 & -3x_3 \\ & 2x_2 & +2x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di $Ker(f)$ e una base di $Im(f)$.
(ii) Si determini per quali valori del parametro reale t, esiste almeno una soluzione del sistema

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(iii) Sia $g : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$, l' applicazione associata alla matrice trasposta, ovvero

$$g\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & +x_2 & +2x_3 & \\ x_1 & & -x_3 & +2x_4 \\ x_1 & -x_2 & -3x_3 & +2x_4 \end{pmatrix}$$

Si dica se $\mathbb{R}^3 = Ker(f) \bigoplus Im(g)$

Eserczio 3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di f.

(iii) Si determini, se esiste, un vettore $v \in \mathbb{R}^3$ che è autovettore per f^2 ma non è autovettore per f.