Compitino n.2 19/12/2003

TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +2 ; risposta sbagliata = -2

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^4$ in $\mathbb{R}^3$ surgettiva	☐	☐
$f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ tale che $rk(f) = 5 \Rightarrow f$ iniettiva.	☐	☐
A matrice 3×3 a coeff. reali $\Rightarrow$ $\det(-A) = \det(A)$	☐	☐
A matrice 4×4 a coeff. reali , $rk(A) = 4 \Rightarrow$ $\det(A) \neq 0$	☐	☐
Si consideri un *sistema lineare di* 3 *equazioni in* 3 *incognite* $A \cdot X = b$, dove A è una matrice 3×3 , X il vettore delle ingognite, b il vettore termine noto. Allora non esiste soluzione se $rk(A) \neq rk(A\|b)$	☐	☐

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \Longrightarrow$ la molteplicità geometrica dell'autovalore 2 è = $\boxed{}$

- $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \Longrightarrow A^2 = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

- $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \dim(Ker f) = \boxed{} \qquad \dim(Im f) = \boxed{}$$

- $\det \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \boxed{}$

- Determinare la matrice A, associata rispetto alla base canonica all'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{A} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

- **Esercizio 1. [punteggio: 0-6]**

Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tx_1 + 2x_2 + \ x_3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 \\ tx_1 + tx_2 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare del parametro reale t si determini la dimensione di $Ker(f_t)$ e la dimensione di $Im(f_t)$.

(ii) Si determini per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \\ 3 \end{pmatrix}$

(iii) Posto $t = 0$ si dica se $\mathbb{R}^3 = Ker(f_t) \bigoplus Im((f_t)$.

- **Esercizio 2. [punteggio: 0-6]**

Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determini almeno un autovettore di f.

(iii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.